

問題:

設有  $n$  個箱子, 每個箱子均有 3 白球, 5 黑球, 從第一個箱子中取一球, 放入第二個箱子。又從第二個箱子中任取一球, 放入第三個箱子, ... 最後從最後一個箱子中取一球, 則最後一次取出之球為白球的機率為?

解答:

設第  $k$  次取出之球為白球的機率為  $P_k$ , 則

- 第  $k$  次取出之球為黑球的機率為  $1 - P_k$ ,
- $P_1 = \frac{3}{8}$ ,
- $P_k = P_{k-1} \times \frac{4}{9} + (1 - P_{k-1}) \times \frac{3}{9}$ , 移項可得  $\left(P_k - \frac{3}{8}\right) = \frac{1}{9} \left(P_{k-1} - \frac{3}{8}\right)$ ,  $\forall k \geq 2$ 。

且因為  $P_1 = \frac{3}{8}$ , 所以  $P_k = \frac{3}{8}$ ,  $\forall k = 1, 2, \dots, n$ 。