

國立屏東女中九十四學年度數學競試

(第一部分，填充題，每題 8 分，共 56 分)

1. 設 f 為一實數值函數，且對每一個 $x > 0$ 均有 $f(x) + 2f\left(\frac{2002}{x}\right) = 3x$ ，則 $f(2) = ?$
2. 方程組 $\begin{cases} x(x+1)(3x+5y) = 144 \\ x^2 + 4x + 5y = 24 \end{cases}$ ，求數對 $(x, y) = ?$
3. 設 $\triangle ABC$ 的兩邊分別是方程式 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的兩根，且它的面積是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 的第三邊長？
4. 空間中有一個球放置在 $\triangle ABC$ 上 ($\triangle ABC$ 三邊皆與球面相切)，已知球的半徑等於 5， \triangle 的三邊長分別為 13、14、15，求球心到 $\triangle ABC$ 所在平面的距離？
5. 設平面 E 包含 $A(-1, 0, 5)$ 與 $B(3, 4, 1)$ 兩點，且與球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 相切，試求 E 之方程式
6. 將 5 個 A、5 個 B 以及 5 個 C 等 15 個字母排成一列，使得前 5 個字母沒有 A，中間 5 個字母沒有 B，最後 5 個字母沒有 C，問共有多少可能的排列模式？
7. $(5 - u - \cos v)^2 + (u - \sin v)^2$ 之最小值？

(請將答案填至下方空格)

班級：_____

姓名：_____

座號：_____

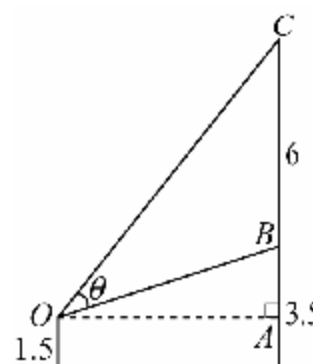
1	2	3	4
5	6	7	

(第二部分，計算題，每題 11 分，共 44 分，無計算過程者不給分)

1. $f(x) = \frac{a^x}{a^x + \sqrt{a}}$ ，則 $f(\frac{1}{2004}) + f(\frac{2}{2004}) + f(\frac{3}{2004}) + \dots + f(\frac{2003}{2004}) = ?$

2. 設 p 、 q 滿足 $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q)$ ，求 $\frac{q}{p} = ?$

3. 有一巨形看板高 6 公尺，其下端距地面 3.5 公尺，如右圖。若小蘭眼睛距地面 1.5 公尺，試問她應站在距看板水平距離多遠，才能使視角 θ 為最大？



4. 一箱子內有 4 種顏色不同的彈珠，分別為紅、藍、白、綠四色，若一次取出四個彈珠，取後不放回，且下列四個事件發生的機率相同，(a)取出四個紅色 (b)取出一白三紅 (c)取出一白、一藍、二紅 (d)取出四個均不同色，今已知紅色彈珠數量為九十幾個，問每個顏色的彈珠數量各是多少？

解答：

(第一部分)

1. 2000

2. $(x, y) = (-4, \frac{24}{5})$ or $(3, \frac{3}{5})$

3. $\sqrt{6}$ or $\sqrt{10}$

4. 3

5. $x + 2y + 3z = 14$

6. 2252

7. $\frac{27 - 10\sqrt{2}}{2}$

(第二部分)

1. $\frac{2003}{2}$

2. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

3. 4

4. 95 , 31 , 23 , 47