

國立高師大附中 100 學年度代理教師甄選數學本科專業筆試試題

作答說明：不需依題號順序作答，但需標示題號，每題皆為須寫出做法，否則不予計分。

- 試求 $\left[\sqrt{2011 \times 2010 \times 2009 \times 2008 + 1} - (2009)^2 \right]^{2011}$ 的個位數字。(8%) **Ans : 2**
- 若 n 是大於 $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^6$ 的最小整數，試求 n 之值。(8%) **Ans : 2365**
- 已知 $a, b \in N$ ，且 $3^a + 81 = b^2$ ，試求 $a + b$ 之值。(8%) **Ans : 23**
- 設 $a_1, a_2, \dots, a_{10} \in N$ ，試求 $\frac{(a_1^2 + 1)(a_2^2 + 1) \cdots (a_{10}^2 + 1)}{a_1 a_2 \cdots a_{10}}$ 的最小值。(8%) **Ans : 1024**
- 已知 $f(3) = 10$ ， $\forall n \in N$ ， $f(n+4) = \frac{f(n)-1}{f(n)+1}$ ，試求 $f(2011)$ 之值。(8%) **Ans : $-\frac{1}{10}$**
- 若 $S = \frac{1}{\frac{1}{429} + \frac{1}{430} + \cdots + \frac{1}{499} + \frac{1}{500}}$ ，則 S 的小數點後第一位數字為多少？(9%) **Ans : 4**
- 將分數 $\frac{n}{120}$ 約分為最簡分數，其中 n 為小於 120 的正整數。請問共有多少個不同值的最簡分數，使得它的分子為一位數？(9%) **Ans : 44 個**
- 質數 P_3 是一個三位數，它的數碼和為 P_2 ，且 P_2 是一個二位數的質數；而 P_2 的數碼和為 P_1 ，且 P_1 是一個大於 2 的質數。請問滿足上述條件所有可能的 P_3 為何？(說明：數字 589 的數碼和為 $5+8+9=22$) (8%) **Ans : 599、977、797、887**
- 在十進位制中，有兩個二位數 \overline{aa} 、 \overline{bb} 滿足 $(\overline{aa})^2 + (\overline{bb})^2 = \overline{aabb}$ ，則 $\overline{aabb} = ?$ (8%) **Ans : 8833**
- 已知 P 為正方形 $ABCD$ 內一點，且 $\overline{PA} = 1$ ， $\overline{PB} = 3$ ， $\overline{PC} = \sqrt{7}$ ，則正方形 $ABCD$ 的面積 = ? (9%) **Ans : 送分**
- 已知 $\triangle ABC$ 的三條中線長為 7, 8, 9，則 $\triangle ABC$ 的面積 = ? (8%) **Ans : $16\sqrt{5}$**
- 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 425$ ， $\overline{BC} = 450$ ， $\overline{CA} = 510$ ， P 為 $\triangle ABC$ 內一點， $\overline{DE}, \overline{FG}, \overline{HI}$ 都過 P 點，且分別平行 $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AB}$ ，若 $\overline{DE} = \overline{FG} = \overline{HI} = d$ ，則 $d = ?$ (9%) **Ans : 306**

