

國立臺南家齊女中 98 學年度第一次專任及代理教師甄選考試 數學科

一、多重選擇題(每題 8 分，全對才給分，共 16 分)

1. 設銳角三角形 ABC 中， D 為 \overline{BC} 的中點，由 D 向 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 作垂線，垂足分別為 E, F ，若 $\overline{AE} : \overline{EB} = 7 : 5$ ， $\overline{AF} : \overline{FC} = 5 : 3$ ， a, b, c 分別表示 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長，則

(A) $\cos B = \frac{5c}{6a}$ (B) $\cos C = \frac{3b}{4a}$ (C) $\cos A < 0$ (D) 若 $a = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\sqrt{23}$

(E) $c = \sqrt{3}$ 時，則 $a = b^2$ 。

2. 某民調機關對政府官員施政滿意度調查，報導如下：「...整體滿意度為三成六，此次調查成功訪問 900 位台灣地區成年民眾，在 95% 信心水準之下，抽樣誤差正負 3.2 個百分點。」關於此則報導的解讀與計算，下列何者正確？(信賴區間計算以高中為主)

(A) 受訪者中對官員施政滿意者有 324 人，且這次的信賴區間為 $[0.328, 0.392]$

(B) 若增加樣本數，則信賴區間的長度會增加

(C) 95% 的信心水準表示對估計出的信賴區間包含母體參數的機率為 0.95

(D) 在同樣的信心水準之下，若要使信賴區間的長度與抽樣誤差均減為一半，則樣本數應增加為 4 倍

(E) 降低信心水準，可以降低信賴區間的長度與抽樣誤差

二、填充題(每格 5 分，全對才給分，共 45 分)

1. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若曲線 $y = f(x)$ 上，以 $(2, -10)$ 為切點的切線斜率為最小，且此時之切線通過原點，求 a, b, c 之值及切線方程式。_____。

2. 若過曲線 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ 上一點 $P(\frac{a}{9}, \frac{4a}{9})$ 作切線，則此切線與兩坐標軸所圍成之三角形面積：_____。

3. $\log|x+1| = \sin|x|$ 有_____個實根

4. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ， $a, b, c, d \in \{0, 1, -1, -2\}$ ，

(1) $A^2 = [0]$ 的機率為_____ (2) A^{-1} 不存在的機率為_____ (答案皆須化簡)

5. 已知 $f(x) = 3x^4 - x^3 - 6x^2 + ax - 4$ ， $g(x) = x^3 + x + a - 4$ ， $a \in R$

(1) $f(x), g(x)$ 的最高公因式為一次式，則 $a =$ _____

(2) 圖形 $y = f(x) - ax$ 恆在 $y = g(x) - 7x$ 的上方，求 a 的範圍_____

6. 空間中 $P(a, b, c)$ 為圖形 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 3 = 0$ 上一點，求 $a^2 + b^2 + c^2 + 4a - 2c + 11$ 的最大值_____，此時數對 $(a, b, c) =$ _____

三、 計算&證明題(共 39 分)

1. 設三次方程式 $2x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax - 2 = 0$ ，依下列各情形討論 a 值之範圍：

(1) 有三個相異實根

(2) 有二重根及另一實根

(3) 有一實根及兩共軛虛根

(4) 兩相異正根一負根

(5) 兩相異負根一正根。.....(每小題 2 分，共 10 分)

2 求證: 設 $f(x)$ 為一函數且 $f(x)$ 在 $x=a$ 可微分 求證: $f(x)$ 在 $x=a$ 連續(5 分)

舉一個反例說明連續不一定可微分(4 分)

3. 何謂積分均值定理(mean value theorem for definite integrals)敘述之?(5 分)並證明之(5 分)

4. 求證: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (10 分)

答案卷

一、 多重選擇題

1. ABDE
2. ACDE

二、 填充題

1. $(a, b, c) = (-6, 7, -8)$ 、 $y = -5x$

2. $\frac{a^2}{9}$

3. 7

4. (1) $\frac{11}{256}$

(2) $\frac{33}{128}$

5. (1) $-6, 14$

(2) $a < -7$

6. (1) 56

(2) $(\frac{14}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{2}{3})$

三、 計算&證明題

1. (1) $a > 1 + \sqrt{3}, a < 1 - \sqrt{3}$

(2) $a = 1 \pm \sqrt{3}$

(3) $1 - \sqrt{3} < a < 1 + \sqrt{3}, a \neq 1$

(4) a 不存在

(5) $a < 1 - \sqrt{3}$

2. 略

3. 略

4. 略