國立嘉義高級中學115學年度第1次教師甄選-數學科試題

一、 填充題：(每題6分，共90分)　2026.11.8(日) ~ 11.16(一) Ru

1. 有一正立方體的三個面的中心為$P(8,7,-1)$、$Q(16,-1,3)$、$R(8,1,5)$，則此立方體的表面積為_____平方單位。

$\overrightarrow{RQ}\cdot\overrightarrow{RP}=(8,-2,-2)\cdot(0,6,-6)=0$

$|\overrightarrow{RQ}|=|\overrightarrow{RP}|=\sqrt{72}$　　$(\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}\cdot 2)^2\cdot 6=864$

2. 若$-\cos^2 x+k\cos x+\frac{3}{2}\geq 0$對於任意實數$x$恆成立，則$k$的範圍為_____。

$[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

$\begin{cases}-1+k+\frac{3}{2}\geq 0\\ -1-k+\frac{3}{2}\geq 0\end{cases}\Rightarrow -\frac{1}{2}\leq k\leq\frac{1}{2}$

3. 若一直線L和$y=\frac{1}{2x}+x^2$恰交於三點，其中兩點的x坐標分別為5、6，則第三個點的x坐標為_____。

$-\frac{1}{60}$

$x^2+\frac{1}{2x}-(mx+k)=\frac{1}{2x}(2x^3-2mx^2-2kx+1)=0$　　$5\cdot 6\cdot\square=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow\square=\frac{1}{-60}$

4. 若$g(x)$為一多項式，且當$x\geq 0$時，$\int_0^x(x-t+1)g(t)dt=\frac{1}{4}x^4+x^3+x^2+2x$，則$g(x)=$_____。

$3x^2+2$

$(x+1)\int_0^x g(t)dt-\int_0^x tg(t)dt=\frac{1}{4}x^4+x^3+x^2+2x$　　$\Rightarrow g(x)+g'(x)=3x^2+6x+2$

$\Rightarrow\int_0^x g(t)dt+g(x)=\int_0^x g(t)dt+(x+1)g(x)-xg(x)=x^3+3x^2+2x+2$　　令$g(x)=3x^2+\beta x+c$

$\Rightarrow g'(x)=6x+\beta$

$\Rightarrow\beta=0,\ c=2$

$\Rightarrow 3x^2+2$ #

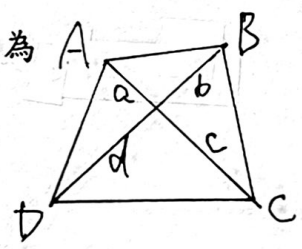
5. 若$a=2026$，$b=2028$且$ac=100$，$bd=101$，則$a^{\log b}\cdot b^{\log c}\cdot c^{\log d}\cdot d^{\log a}$的值為_____

$1020|$

$b^{\log ac}\cdot d^{\log ac}=101^2=1020|$

6. 凸四邊形$ABCD$的兩對角線$\overline{AC}$與$\overline{BD}$交於O點，若三角形AOB與三角形COD的面積分別為16與25，則四邊形$ABCD$面積的最小值為

8|



$(a+c)(b+d)\sin\theta$

$\geq(\sqrt{ab}+\sqrt{cd})^2\sin\theta=(4+5)^2=8|$

7. 設f為一定義在正整數上的函數，滿足$f(n)$為正整數n的各位數字平方和，例如：

$f(110)=1^2+1^2+0^2=2$。此外，定義$\begin{cases}f_1(n)=f(n)\\ f_{k+1}(n)=f(f_k(n))\end{cases}$，其中$k$為任意正整數，則

$\sum_{k=1}^{2026}[f_k(110)-f_k(107)]$的值為_____。

-88

n	a_n	b_n
1	2	50
2	4	25
3	16	29
4	37	85
5	58	89
6	89	45
7	145	⋮
8	42	⋮
9	20	⋮
⋮	4	⋮
2025	⋮	⋮
2026	4	16

和117：a_n和b_n和$=189$

$117-189-16=-88$ #

$2026-5\equiv 5\pmod 8$

$\Rightarrow a_{2026}=4$

8. 設函數$f:R\to R$，且同時滿足以下條件：

6

(1) $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$

(2) 當$x\to 0$時，$\frac{f(x)}{x}\to 2$。

則$f(2)=$_____。

$\frac{d}{dx}f(x+y)=\frac{d}{dx}f(x)+y$

$x=0$：$f'(y)=f'(0)+y=2+y$

$\Rightarrow f(y)=\frac{1}{2}y^2+2y+C$　　$f(0)=0$

$\Rightarrow C=0$

$\Rightarrow f(2)=6$

Created with Scanner Pro