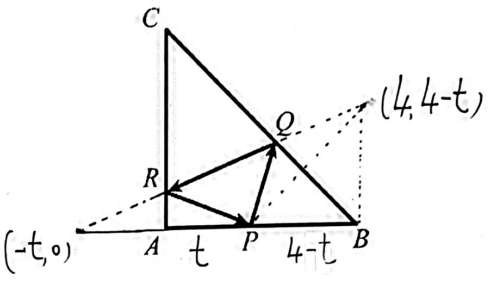
9. 如圖，在等腰直角三角形 ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=4$，點 P 是 $\overline{AB}$ 上異於 A、B 的一點，光線從 P 點出發，經 $\overline{BC}$、$\overline{CA}$ 反射後又回到 P 點．若光線 QR 經過△ABC 的重心，則 $\overline{AP}$＝？（化成最簡分數）

$\frac{4}{3}$



9 $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}+t}=\frac{4}{3t+4}=\frac{4-t}{t+4}$

$\Rightarrow t=\frac{4}{3}$

10. a，b，$c\in R$，若 $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}=15$，求 $a+2b+3c$ 之最大值。

14

10 $(abc)^2(1+2-3)+((ab)^2+(bc)^2+(ca)^2)(1-1)+a^2+b^2+c^2+1=15$ $\Rightarrow 14=(a^2+b^2+c^2)(1^2+2^2+3^2)\geq(a+2b+3c)^2$

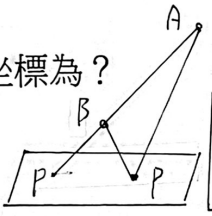
$\Rightarrow 14\#$

11. 設 A（1，−1，2），B（1，5，−4），於平面 E：$x+y+z-5=0$ 上求一點 P，使｜$\overline{PA}-\overline{PB}$｜為最大，則 P 之坐標為？

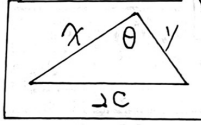
(2,3,0) 送分

11 $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=(0,6,-6)\cdot(1,1,1)=0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\parallel E$



$|\overline{PA}-\overline{PB}|\leq\overline{AB}$



14 $C^2=m-1=n+3\Rightarrow m-n=4$

$\begin{cases} x+y=2\sqrt{m} \\ x-y=2\sqrt{n} \end{cases}\Rightarrow x=\sqrt{m}+\sqrt{n}$, $y=\sqrt{m}-\sqrt{n}$

$\cos\theta=\frac{2(m+n)-4c^2}{2\cdot 4}=\frac{2c^2-2-2c^2}{4}=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow\tan\theta=-\sqrt{3}$

12. 設 $i=\sqrt{-1}$，對於任意正整數 n 恆有 $(1-i)^n=a_n+ib_n$，其中 a_n，b_n 為實數．已知二階方陣 A 使得 $A\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix}$，且在坐標平面上，$P$，$Q$，$R$ 三點經方陣 A 變換後所對之點分別為 $P'(1,2)$，$Q'(4,6)$，$R'(3,8)$，則△PQR 的面積為？

$\frac{5}{2}$

12 $(a_n+ib_n)(1-i)=(a_n+b_n)+(-a_n+b_n)i\Rightarrow \det(A)=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}=2$

$2S=S'=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=5\Rightarrow S=\frac{5}{2}$

13. 袋中有編號1，2，…，n 號的球各1顆共 n 顆，自袋中任取2球，以隨機變數 X 表示取出2球編號的差之絕對值．若 X 的期望值小於12，則 n 的最大值為？

34

13 (1,2) (2,1) 一種

	1	2	3	4
1	0	1	2	3
2		0	1	2
3			0	1
4				0

$\sum_{k=1}^{n-1}k(n-k)/C_2^n=\frac{n(n-1)n}{2}-\frac{(n-1)n(2n-1)}{6}\Big/\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n+1}{3}<12$

$\Rightarrow 34$

14. 已知橢圓：$\frac{x^2}{m}+y^2=1$（$m>1$）和雙曲線：$\frac{x^2}{n}-\frac{y^2}{3}=1$（$n>0$）有相同的兩個焦點 F_1，F_2，點 P 是它們的一個交點，則 $\tan\angle F_1PF_2=$

$-\sqrt{3}$

15 $f'(x)=3x^2+6ax+3b$ $\begin{cases} f'(2)=0 \\ f'(1)=-3 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 4a+b=-4 \\ 2a+b=-2 \end{cases}\Rightarrow a=-2,\ b=0$

$=3x(x-2)$ $\Leftarrow$ $f(0)-f(2)=4$

15. 已知函數 $f(x)=x^3+3ax^2+3bx+c$ 在 $x=2$ 處有極值，圖形在 $x=1$ 處的切線與直線 $6x+2y+5=0$ 平行，則 $f(x)$ 的極大值與極小值的差為？

4

16. 已知不等式 $\log_2(|2x-1|+|5x-2|)\leq 3$ 的解可以寫成 $a\leq x\leq b$，求 $2a-b=$？

-3

16 $|2x-1|+|5x-2|\leq 8$

$x\geq\frac{2}{5}\Rightarrow\left[\frac{2}{5},\frac{11}{7}\right]$

$x<\frac{1}{2}\Rightarrow\left[\frac{-5}{7},\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{2}\leq x<\frac{2}{5}\Rightarrow -\frac{7}{3}\leq x$

$\Rightarrow\left[\frac{1}{2},\frac{2}{5}\right)$

$\frac{-5}{7}\leq x\leq\frac{11}{7}\Rightarrow -3$

Created with Scanner Pro

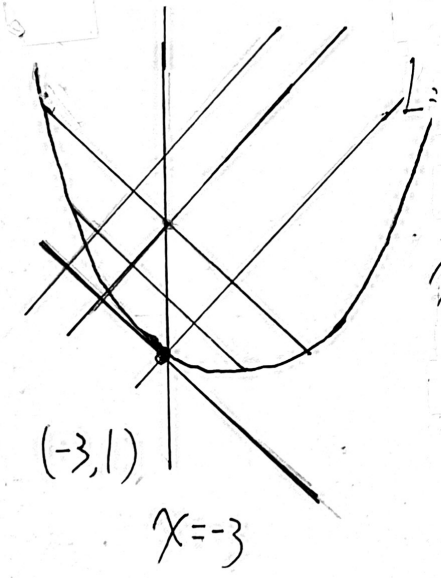
二、計算證明題(共 2 題，每題 10 分，合計 20 分)　115 羅高

1. 若 $\vec{a}, \vec{b}$ 為兩個非零向量，證明：$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影為 $\left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$ 。

1 純量投影(分量)×方向單位向量 $|\vec{a}|\cos\theta\ \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\,\vec{b}}{|\vec{b}|^2}$

2. 拋物線 $\Gamma:(x-1)^2=8(y+1)$ 及直線 $L:x-y=k$，若拋物線 Γ 上恆可求出相異兩點 P, Q，使得 P, Q 兩點對直線 L 成對稱點時，求 k 的範圍。

$k<-4$　2



↑ 皆 $\cdot k$
k 變小
$L: x-y=-4$

$$\begin{cases} x^2=4cy \\ x+y=n \end{cases} \Rightarrow x^2+4c(x-n)=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{x_1+x_2}{2}=-2c$$ 中點弦軌跡

x 截距 $=k$

切點 $(-2c, c)$　右 1, 下 1, $(-2c+1, c-1)=(-3,1)$

$\Rightarrow k<-4$

Created with Scanner Pro