國立宜蘭高級中等學校115學年度教師甄選

2026.10.18(一)～10.24(六) Ru

數學科題目卷

說明：本試卷共分填充題與計算證明題兩部份。第一部份：填充題占80分；第二部份：計算證明題占20分。
請使用藍色或黑色原子筆或鋼筆書寫填答於「答案卷」上，依題號作答，修正時應使用修正液（帶）。
答案卷因考生書寫不清、污損等人為因素導致無法批改，由考生自行負責不得有異議。
於試題卷上作答者，不予計分。本試題卷連同答案本一併交回，違規攜出試場者以零分計算。

第一部份：填充題（共16題，每題5分，占80分）

1. 設 $P(n)$表示正整數 n 的所有正因數之積，例如:$P(6)=1\times2\times3\times6=36$，若 $P(n)=2^{36}\times3^{24}\times7^{12}$，求正整數 n=____。

504

[1] 設 $n=2^{\alpha}\cdot3^{\beta}\cdot7^{\gamma}$　$\alpha(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)=24\cdot3$
$\beta(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)=24\cdot2$
$\gamma(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)=24\cdot1$
$\Rightarrow\alpha:\beta:\gamma$ 又 $24=(3+1)(2+1)(1+1)$
$=3:2:1$　$\Rightarrow n=2^3\cdot3^2\cdot7^1=504$

2. 已知 $f(3^x)=4x\log_2 3+233$，則 $f(2)+f(4)+f(8)+....+f(2^8)+f(2^9)+f(2^{10})=$____。

2550

[2] $f(3^x)=4\log_2(3^x)+233\Rightarrow4(1+2+\cdots+10)+2330=2550$

3. 設 a 為正整數，平面座標系上三點 $A(-3,1)$、$B(10,2)$、$C(3,3)$經矩陣 $\begin{bmatrix}1&5\\0&3a\end{bmatrix}$ 變換後的點依序為 A'、B'、C'，若 $\Delta A'B'C'$ 為直角三角形，則 a=____。

2

[3] $A'(2,3a)$, $B'(20,6a)$, $C'(18,9a)$
$\angle A'=90°$ 不合　$(18,3a)\cdot(16,6a)=0$
$\angle B'=90°$　$(6,a)\cdot(-2,3a)=0$
$\Rightarrow a=2$
$\angle C'=90°$ 不合　$(16,6a)\cdot(-2,3a)=0$

4. 已知橢圓 $\Gamma:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 上一動點 p 經二階方陣 $\begin{bmatrix}1&3\\0&1\end{bmatrix}$ 所定義的線性變換，將點 P 映射到點 P'，則點 P' 與 y 軸距離的最大值為____。

$2\sqrt{13}$

[4] $\begin{bmatrix}1&3\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4C\\2S\end{bmatrix}\Rightarrow x'=2(2C+3S)\le2\sqrt{13}$

5. 座標空間中，設 $\vec{a}=(4,-3,1)$，$\vec{b}=(2,2,k)$，若 $\vec{c}$ 在 $\vec{a}\times\vec{b}$ 上的正射影為 $(1,2,2)$，則由 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 所張的平行六面體體積為____立方單位。

63

[5] $2+4+2k=0$

4) $-3\ \ 1\ \ 4\ \ -3\ \ 1$
2) $2\ \ -3\ \ 2\ \ 2\ \ 3$
$7\ \ 14\ \ 14$
$7\cdot3\cdot3=63$

6. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為 a,b,c。在 b 為偶數的條件下，求方程式 $ax^2-bx+c=0$ 有實數解的機率為____。

$\frac{13}{54}$

[6] $b^2\ge4ac$
$b=2:ac=1$　$(a,c)\to1$　$(1,1)$
$b=4$　$ac\le4$　$a\le c$

a	1	1	2
c	1	2 3 4	2

$3\cdot2+2=8$

$b=6$　$ac\le9$

a	1	1	2	2	3
c	1	2~6	2	3 4	3

$5\cdot2+2\cdot2+3=17$

$\frac{26}{3\cdot6\cdot6}=\frac{13}{54}$

7. 解方程式 $\log(6x^3+11x^2-3x-3)=\log(x+1)$，則 x=____。

$\frac{2}{3}$ or $-\frac{1}{2}$

[7]

	6	+11	−4	−4	2/3
		+4	+10	+4	
	6	+15	+6	+0	

$(3x-2)(2x+1)(x+2)=0$
$x=\frac{2}{3}$ or $-\frac{1}{2}$ (-2不合)

8. 在三角形 ABC 中，$5\sin A+6\cos B=7$，$6\sin B+5\cos A=4$，則 $\sin C$=____。

$\frac{1}{15}$

[8] $①^2+②^2$: $25+36+60\sin(A+B)=49+16\Rightarrow\sin C=\frac{1}{15}$

9. 已知一數列$\langle a_n\rangle$之首 n 項和 $S_n=n^3+2n^2-503n$，n 為正整數，則 $\sum_{n=1}^{30}|a_n|$=____。

21750

[9] $a_n=|3n(n-1)+2(2n-1)-503|$
$=3n^2+n-504$，當 $n\le12$，$a_n<0$
$S_{30}-2S_{12}$
$=3\cdot\frac{30\cdot31\cdot61}{6}+\frac{30\cdot31}{2}-504\cdot30$
$-2\left(3\cdot\frac{12\cdot13\cdot25}{6}+\frac{12\cdot13}{2}-504\cdot12\right)$
$=15\cdot31\cdot62-2\cdot6\cdot13\cdot26-504\cdot6=21750$

Created with Scanner Pro