

7. 坐標空間中一平行六面體，某一底面的其中三頂點為 $(-1, 2, 1)$ 、 $(-4, 1, 3)$ 、 $(2, 0, -3)$ ，另一面之

一頂點在 yz 平面上且與原點距離為 $\sqrt{13}$ 。滿足前述條件之平行六面體中，最大體積為

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 6 & -1 & -6 \\ -8 & 6 & -9 \end{vmatrix} = 8x - 6y + 9z + 11 = 0 \quad V = |\vec{n}| \cdot \frac{|-6y + 9z + 11|}{|\vec{n}|} \leq 39 + 11 = 50 \\ & P(x, y, z) \quad (y^2 + z^2)((-6)^2 + 9^2) \geq (-6y + 9z)^2 \\ & 13 \cdot 13 \cdot 9 \end{aligned}$$

8. 在坐標平面上的點序列 $(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3), \dots$ ，對所有的 $n=1, 2, 3, \dots$ 都 $z_{n+1} = z_n \cdot 2e^{i(\frac{\pi}{6})}$
 滿足 $(a_{n+1}, b_{n+1}) = (\sqrt{3}a_n - b_n, \sqrt{3}b_n + a_n)$ 。若 $(a_{115}, b_{115}) = (1, 5)$ ，試問 $a_4 + b_4 =$
 $\frac{\pi}{6} \cdot 111 = \frac{37}{2} \pi = 18\pi + \frac{\pi}{2}$
 $1 + 5i = 2^{111} i(a + bi) = 2^{111} (-b + ai) \Rightarrow \frac{-1 + 5}{2^{109}} = \frac{1}{2^{109}}$

9. 小豬四兄弟合資郵購了三百多顆的蘋果，蘋果寄到家裡時，家裡恰好只有豬大哥在。豬大哥
 想將蘋果均分為四堆，卻發現多了一顆，

(1) 豬大哥吃掉一顆，並拿走剩餘蘋果的四分之一然後離家。

豬二哥回家時發現這些蘋果，不知道豬大哥已經拿走一些，

豬二哥想將蘋果均分為四堆，卻發現多了一顆，

(2) 豬二哥吃掉一顆，並拿走剩餘蘋果的四分之一然後離家。

豬三哥回家時發現這些蘋果，不知道豬大哥豬二哥已經拿走一些，
 豬三哥想將蘋果均分為四堆，卻發現多了一顆，

(3) 豬三哥吃掉一顆，並拿走剩餘蘋果的四分之一然後離家。

豬小弟回家時發現這些蘋果，不知道豬大哥豬二哥豬三哥已經拿走一些，

(4) 豬小弟想將蘋果均分為四堆，發現剛好可以平分為四堆。

請問蘋果有_____顆。

10. 在坐標平面上，考慮二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & 5 \\ 3 & 4 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$ 所定義的線性變換。對於平面上異於原點 O 的點

P_1 ，設 P_1 經 A 變換成 P_2 ， P_2 經 A 變換成 P_3 。假設 P_1 是圖形 $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$ 上的動點，試求 $\triangle P_1 P_2 P_3$
 面積的最小值

11. 設 a, b 為整數，若多項式 $x^2 + x - 1$ 為 $ax^{17} + bx^{16} + 1$ 的因式，試求 a 之值。
 $ax^{17} + bx^{16} + 1 = 0 \Rightarrow a = (x^8 + \beta^8)(x^4 + \beta^4)(x^2 + \beta^2)(x + \beta)$
 $x + \beta = -1 \quad a\beta^{17} + b\beta^{16} + 1 = 0 \Rightarrow (47)(7)(3)(-1)$
 $a\beta = -1 \quad \beta \cdot \beta^{16} - \beta \cdot x^{16} \Rightarrow a(x - \beta)(x\beta)^{16} = x^{16} - \beta^{16} = -987$