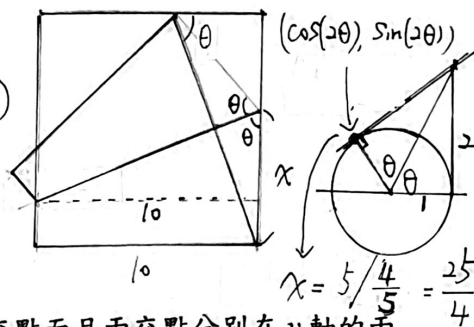


一、填充題(每格 5 分, 共 80 分) 2026/10/2(五) ~ 10/7(三)

1. 若 x, y, z 均為實數, 則 $2^{x^2+4y+2} + 2^{4y^2+2z+2} + 2^{z^2+2x+2}$ 的最小值為

6 $\square$ 原式 $\geq 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}((x+1)^2 + (2y+1)^2 + (z+1)^2 + 3)} = 6$



2. 已知拋物線 $y = x^2 + kx + 1$ 與直線 $2x + y + k = 0$, 兩圖形有兩個交點而且兩交點分別在 y 軸的兩

$k < -1$ 側, 則 k 的範圍為 $\Rightarrow x^2 + (k+2)x + k+1 = 0$

$\square$ $2(x \sin \theta) \sin \theta = 0$
 $x + x - \frac{10}{\tan \theta} = 0 \Rightarrow \left(\frac{-\sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta} \right) \Rightarrow \frac{2 - \sin(2\theta)}{-\cos(2\theta)} = \frac{\sin \theta}{\frac{2}{5}}$

$\square$ $\begin{cases} y = x^2 + kx + 1 \\ y = -2x - k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D > 0 \\ \alpha\beta < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < -1 \end{cases} \Rightarrow k < -1$

3. 設有 7 個機器戰警, 其戰鬥力分別為: 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255。每兩個戰警可合組成一個新的戰警, 且新戰警仍可繼續與其他戰警組合; 假設每一次組合戰鬥力的變化規則如下: 「戰鬥力為 x 與 y 的兩個戰警, 可合組成戰鬥力為 $x + y + xy$ 的新戰警」。已知不論組合的次序如何,

經過 6 次的重組之後, 最後留下來的唯一戰警之戰鬥力都等於 k , 則 $\log_2(k+1) =$ _____。

$\square$ $(x+1)(y+1) - 1 \Rightarrow \log_2(4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128 \cdot 256) = 2+3+\dots+8 = 35$

4. 設正整數 x, y, z 出現偶數的機率分別為 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ 且彼此互不影響, 試問在 xy 為偶數的條件下, $x+y+z$ 為奇數的機率為

$\square$ $\begin{matrix} x & y & z \\ \text{even} & \text{even} & \text{odd} & 1 \cdot 1 \cdot 3 \\ \text{even} & \text{odd} & \text{even} & 1 \cdot 3 \cdot 2 \\ \text{odd} & \text{even} & \text{even} & 2 \cdot 1 \cdot 2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{13}{3 \cdot 4 \cdot 5} / \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \right) = \frac{13}{30}$

5. 正方形 $ABCD$ 的邊長為 10, P, Q 分別為 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 上的點, 沿 $\overline{PQ}$ 將四邊形 $ABQP$ 翻摺, 使 $\square$ 得點 A 落在 $\overline{DC}$ 邊上, 若欲使得四邊形 $ABQP$ 的面積最小, 則 $\overline{AP} =$ _____。

6. 調查 8 個學生在端午節當天所吃粽子數量(所吃粽子數量均為正整數), 已知此 8 個學生中最少

C 吃 2 顆粽子, 最多吃 6 顆粽子, 則由此數據可知下列哪些一定正確?(全對才給分)

E (A) 算術平均數 ≤ 4 $\square$ (A) $\frac{6 \times 7 + 2}{8} > 4$ (B) 2, 4, 4, 4, 4, 6, 6, 6 $\mu = \frac{36}{8} > 4$

(B) 若中位數 = 4, 則算術平均數 ≤ 4 (C) 2, 2, 2, 4, 5, 5, 6, 6 $\mu = \frac{32}{8} = 4$

(C) 若只有一個眾數且眾數 = 2, 則算術平均數 ≤ 4 (E) $0 \leq x_i = x_i - 2 \leq 4, i = 1, 2, \dots, 8, \sum_{i=1}^8 x_i = 7$

(D) 標準差 ≤ 2 (D) $\sigma \leq \frac{R}{2} = \frac{6-2}{2} = 2$ $\neq$ $n(\text{有 } 0 \cap \text{有 } 4) = n(U) - n(\text{沒 } 0) - n(\text{沒 } 4) - n\left(\frac{\cap}{\text{沒 } 4}\right)$
 $= H_1^8 - C_1^8 H_2^8 - 0 - (H_1^8 - C_1^8 H_3^8) = 8(C_3^8 - C_1^8)$

(E) 若調查結果, 8 位學生共吃了 23 顆粽子(粽子均相同, 每人最少吃 2 顆、最多吃 6 顆, $= 8(20-36)$)

且有學生恰好吃 2 顆亦有學生恰好吃 6 顆), 則此 23 顆粽子分給 8 位學生, 共有 672 種 $= 672$

不同分法 $\neq$ $\begin{matrix} 4 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad \frac{8!}{6!} + \frac{8!}{5!} + \frac{8!}{4!3!} = 56(1+6+5) = 672$
 (第 1 面, 共 3 面)