

9. 如下圖，有一個矩形且已知切割三個直角三角形面積分別為 3, 4, 5 試求內部 T 面積。

法 1: $(T+2)^2 = 2T(T+2) + 80$
 $\Rightarrow T = 8$
 $x^2 - 24x + 80 = 0$
 $x = 4 \text{ or } 20$
 $A = 24 - x = 20$
 $T = A - 4 = 16$

法 2: $A^2 = 2A_1A + (2A_1)(2A_2)$
 $A = A + (a+b)(x+y)$
 $= 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + b^2$
 $((a+b)x)(a(x+y))$
 $A = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + b^2$
 $A = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + b^2$

法 3: $A = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + b^2$
 $A = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3 + b^2$

10. 已知 $A(-3, -2, 1)$, $B(3, 1, 1)$, $C(-1, 0, 2)$ 為空間中三點，求 B 點到直線 AC 的距離。

法 1: $\vec{AB} = (6, 3, 0)$, $\vec{AC} = (2, 2, 1)$
 $\frac{|\vec{AB} \times \vec{AC}|}{|\vec{AC}|} = 3$

11. 設坐標平面上，曲線 $y = \log_2(32x)$ 與直線 $x = 8$, $x = 17$ 及 x 軸所圍成區域 S 之面積為 P，曲線

$y = \log_2(x+7)$ 與直線 $x = 1$, $x = 10$ 及 x 軸所圍成區域 T 之面積為 Q。試求 P-Q 之值。

法 1: $u = x+7$, $du = dx$
 $\int_8^{17} (5 + \log_2 x) dx - \int_1^{10} \log_2 u du = 45$

12. 設 A, B 為複數平面上的兩點，其所對應的複數分別為 z, w 且 $|z| = |w| = 4$ 。已知點 A 以原點 O 為中心逆時

針旋轉 120° 後會與點 B 重合，且 z 和 w 為實係數方程式 $x^2 + px + q = 0$ 的兩根，求 p+q 之值。

法 1: $z = 2 + 2\sqrt{3}i$, $w = -2 + 2\sqrt{3}i$
 $p = -4$, $q = 16$
 $p+q = 12$

法 2: $z = 2 + 2\sqrt{3}i$, $w = -2 + 2\sqrt{3}i$
 $p = -4$, $q = 16$
 $p+q = 12$

法 3: $z = 2 + 2\sqrt{3}i$, $w = -2 + 2\sqrt{3}i$
 $p = -4$, $q = 16$
 $p+q = 12$

二 計算題: (5 題，每題 8 分，共 40 分)

1. 已知 $\frac{\sin^4 \theta}{4} + \frac{\cos^4 \theta}{9} = \frac{1}{13}$ ，試求 $\frac{\sin^{2026} \theta}{4^{1013}} + \frac{\cos^{2026} \theta}{9^{1013}} = ?$

2. 已知空間中有一個四面體的四個頂點分別為 $A(0, 0, 2)$, $B(3, 6, 0)$, $C(0, 0, 0)$, $D(6, 3, 0)$ ，平面 E 通過 A 點與 $\overline{BD}$ 中點，且平面 E 與 $\overline{BC}$ 有交點。若平面 E 將此四面體分成兩塊，其中一塊的體積為原四面體的

$\frac{1}{3}$ ，求此平面 E 的方程式。

3. 若二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 在 $x = 1$ 附近的局部特徵近似於直線 $y = 2x + 1$ ，則三次函數

$y = g(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ 在 $x = 1$ 附近的局部特徵的近似直線方程式為何。

4. 在 $\triangle ABC$ 中，已知頂點 $A(-8, -6)$ ，且兩條中線 $\overline{BD}$ 與 $\overline{CE}$ 分別在 x 軸與 y 軸上，則求

(1) $\triangle ABC$ 面積 (2) $\triangle ABC$ 的外心坐標。

5. 坐標平面上，設 Γ_1 為拋物線 $y = x^2$ ， Γ_2 是將 Γ_1 往右平移 2 單位，再向上平移 4 單位所得的拋物線，

試求 (1) 已知直線 L 與 Γ_1 , Γ_2 都相切，求 L 的方程式。

(2) 求經由 (1) 所求出的直線 L 與 Γ_1 , Γ_2 所圍成的區域面積。

法 1: $m = 2 = 2S = 2(t-2) \Rightarrow P(1, 1), Q(3, 5)$

法 2: $P_1 - L = a(x-\alpha)^2$, $P_2 - L = a(x-\beta)^2$

法 3: $P_1 - L = a(x-\alpha)^2$, $P_2 - L = a(x-\beta)^2$

法 4: $2 \int_0^1 ax^2 dx = \frac{2}{3}$