

一 填空题：(12 格，每格 5 分，共 60 分，請將答案化到最簡)

2026.9.27 (日) ~ 10.1 (四) Ru

1. 設凸五邊形 $ABCDE$ ，其中 $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{DE} = 14$ ，求 $\triangle BDE$ 的面積。

$$\boxed{1} \quad \frac{1}{2} \cdot 14 \left(\frac{15\sqrt{3}}{2 \cdot 7} \right) 4 = 30\sqrt{3}$$

2. 設 $x, y, z \in \mathbb{R}$ ，且 $\begin{cases} x+y+z=3 \\ xy+yz+zx=-9 \end{cases}$ ，若 z 的最大值 M ，最小值 m ，求數對 (M, m) 。

(5, -3) $\boxed{2} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 27 \quad (27 - z^2)(1^2 + 1^2) \geq (3 - z)^2 \Rightarrow z^2 - 2z - 15 \leq 0 \quad \frac{z-5}{z+3} \Rightarrow -3 \leq z \leq 5$

3. 有一長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ，將此長方形沿對角線 $\overline{AC}$ 折起。若折起後平面 ACD 與平面 ABC 的兩面夾角為 90° ，求 $\overline{BD}$ 的長度。

$\boxed{3} \quad \left(\frac{a^4 + b^4}{a^2 + b^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{337/5}$

4. 小明在地面 A 點測得一座山峰仰角為 θ ，當他向山腳前進 150 公尺到達 B 點，測得山峰仰角為 2θ ，繼續再向山腳前進 50 公尺到達 C 點，測得山峰仰角為 $90^\circ - \theta$ 。已知 A, B, C 皆在山的同一側，則山高為多少公尺。

$$\boxed{4} \quad \frac{1}{3} = \frac{\cos(3\theta)}{\cos\theta} = 4C^2 - 3 \Rightarrow \cos(2\theta) = 2C^2 - 1 = \frac{2}{3}$$

5. 曾老師在兒童節要發糖果給高一忠班的 30 個同學。這些同學分三群，A 群一直說實話，B 群一直說謊話，C 群交替地說實話或謊話。在 C 群中，每位同學第一個問題可任意地說實話或謊話，但接續的問題說實話與謊話的回答均與前一題相反。曾老師依序問每個同學同樣的三個問題

(1) 你是不是都說實話？然後老師給了每一位回答[是]的同學一顆糖果，總共發了 21 顆糖果

(2) 你是不是交替地說實話或謊話中的一位？然後老師給每一位回答[是]的同學一顆糖果，共發了 12 顆糖果

(3) 你是不是都說謊話？然後老師給每一位回答[是]的同學一顆糖果，共發了 8 顆糖果

請問曾老師共發給總是說實話的同學多少顆糖果？

$$\boxed{5} \quad \begin{aligned} A + B + C_x &= 21 \\ B + C_x &= 12 \end{aligned}$$

6. 若 $0 < x < 1$ 且滿足方程式 $8^{\log_2 x} \cdot x^{\log_2 8x} = 1$ ，求 x 。

$\boxed{6} \quad x^{6+\log_2 x} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{64}$

7. 已知矩陣相乘 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$ 的反方陣可為下列何者？

(A) $\begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} y & z \\ v & w \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} x & z \\ u & w \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} z & x \\ w & u \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} z & y \\ w & v \end{bmatrix}$

8. 如下圖是一個長方體，其中 A, B 是二個頂點。已知 $\overline{AB} = 9$ ，若長方體中有一個邊長為 6，在長方

體有最大體積之下，求此時長方體的表面積。
 $45 + 36\sqrt{10}$
 $\boxed{8} \quad 45 = 8 - 36 = a^2 + b^2 \geq 2ab$
 $a = b = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
 $2(ab + 6(a+b)) = 45 + 36\sqrt{10}$

