

I. 填充一(每格 4 分, 共 32 分, 每格全對才給分。)

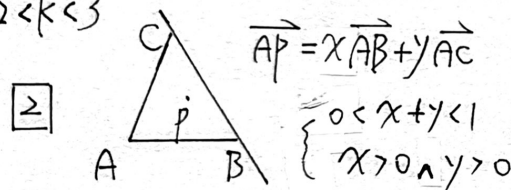
1. 從 11、12、13、14、15、16、17、19 共 8 個數字中任取 3 個，則取到的三數其標準差與 25、26、28 三數的標準差相同的機率為 $\frac{9}{56}$ 。

Diagram illustrating a simple neural network structure with two input nodes (0.0 and 0.0) connected to a single output node (5).

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{56}$$

2. 若 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點 (不含邊界), G 為 $\triangle ABC$ 的重心, 且滿足 $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PG} = k\overrightarrow{AB}$, 則實數 k 的範圍為 _____。

$$-2 < k < 3$$



$$\vec{AP} = \frac{3-k}{6} \vec{AB} + \frac{1}{6} \vec{AC}$$

$$\Rightarrow -2 < k < 3$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ 2\vec{PA} + 2\vec{AB} \qquad 3(\vec{PA}) + 3\vec{AG} \\ \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \qquad \qquad \qquad \vec{AA} + \vec{AB} + \vec{AC} \end{array}$$

3. 設空間中一點 $A(5,5,2)$ ，直線 L 過 A 點且 L 的一個方向向量為 $(4,3,1)$ ，另有一平面

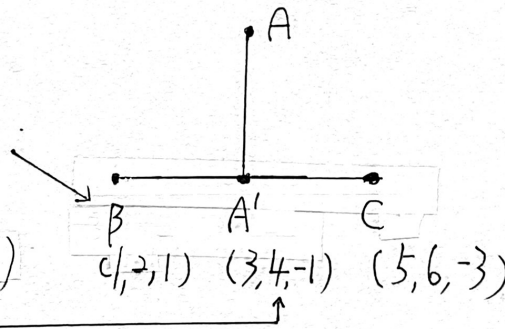
$E: 2x + y + 3z = 7$ ， B 為 L 與 E 之交點，點 C 在 E 上且滿足 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，試求使 $\triangle ABC$ 面積最大之 C 點坐標為_____。

 $(5, 6, -3)$

$$2(4t+5) + (3t+5) + 3(t+2) = 7 \Rightarrow t = -1$$

3

$$t' = \frac{2|-7}{14} = -1 \Rightarrow A' = (5, 5, 2) - (2, 1, 3)$$



4. 小強有一堆 1 元、5 元、10 元的硬幣，他發現 1 元硬幣的個數大於等於 5 元硬幣的個數，5 元硬幣的個數大於等於 10 元硬幣的個數，10 元硬幣的個數大於等於 8 個，且「1 元硬幣的個數」加上「5 元硬幣的個數的 3 倍」再扣掉「10 元硬幣的個數」剛好是 60 個。則他手上的硬幣總金額最多為_____。

[4] $z + 60 = x + 3y \geq 4z \Rightarrow 8 \leq z \leq 20$

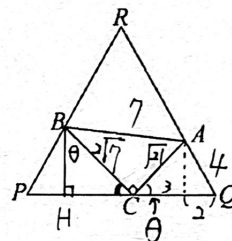
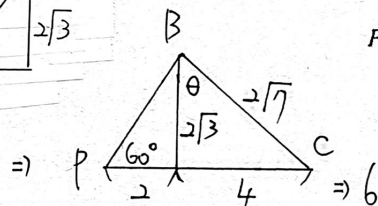
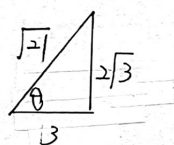
1元 5元 10元
 $x \geq y \geq z$
 取 $(x, y, z) = (20, 20, 20) \Rightarrow x + 5y + 10z = 320$

5. 空間向量 $(-8+4s+2t, 3+s-3t, 27+5s+t)$ 的長度最小值為_____。

2/22 $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 16 & 6 & -14 \end{pmatrix} \Rightarrow \sqrt{\frac{244 \cdot 244}{122}} = 2\sqrt{122}$

6. 如右圖， ΔPQR 為正三角形， A 、 B 、 C 分別落在 $\overline{QR}$ 、 $\overline{PR}$ 、 $\overline{PQ}$ 上，且 ΔABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ 。若 $\overline{AQ} = 4$ ， $\overline{CQ} = 5$ ， $\overline{AB} = 7$ ，則 $\overline{PC} =$ _____。（圖形僅供參考）

[6] $\overline{AC} = \sqrt{25 + 16 - 20} = \sqrt{21} \Rightarrow \overline{BC} = 2\sqrt{7}$



7. 設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 皆為實係數多項式，其中 $g(x)$ 是首項係數為正的二次多項式。已知 $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 $a \cdot g(x)$ ，其中 a 為正整數。已知 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸無交點，且 $y = g(x)$ 的頂點 y 坐標為 9，則所有可能的 a 值之和為_____。

[7] $(g(x))^2 = f(x)Q(x) + a g(x)$ 令 $g(x) = A(x-h)^2 + 9 \Rightarrow (A(x-h)^2 + 9)(A(x-h)^2 + 9 - a) = 0$
 $4\text{次} \quad 4\text{次} \quad 2\text{次} \quad g(x)(g(x)-a) = 0$ 無實根 $\Rightarrow \square \cdot \square > 0 \Rightarrow 1 \leq a < 9$

8. 空間中，兩點 $A(1, -2, -1)$ 、 $B(3, 1, 0)$ ，一平面 $E: 2x - y - 2z - 1 = 0$ ， $\Rightarrow 1 + 2 + \dots + 8 = 36$
 若 E 上一點 P 使 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 有最小值 M 時， P 點的坐標為 (x_0, y_0, z_0) ，則

$(M, x_0, y_0, z_0) =$ _____
 $(\frac{23}{2}, 1, 0, \frac{1}{2})$ [8] $D(2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad t = \frac{4 + \frac{1}{2}}{9} = \frac{1}{2}$

$P = D - t \vec{n} = (2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}(2, -1, -2) = (1, 0, \frac{1}{2})$
 $2(\frac{4+9+1}{4} + \frac{1}{9} \cdot \frac{9-9}{4}) = \frac{23}{2}$