臺北市立大安高級工業職業學校 115 學年度第 1 次教師甄選
數學 科筆試試題

科目名稱：高中職數學專業知能
配分比例：100%
考試時間：18:30~20:00

作答說明：1. 請在彌封之答案卷上標明題號依序作答，答案卷上不得書寫姓名或作任何記號，否則不予計分。
2. 全卷限用藍色或黑色單一顏色筆作答。
3. 作答時不可使用計算機。
4. 交卷時請將試題卷與答案卷一併繳交。
5. 請於所發放的答案卷內完成作答，不加發答案卷。

一、填充題(每題 3 分)

2026.8.14(五)～8.18(二) Ru

1. 若 $[x]$ 表示小於或等於實數 x 的最大整數值，則 $\sum_{k=1}^{125}[\sqrt[3]{k}]=$？

405 $\boxed{1}$ $k((k+1)^3-k^3)=k(k^3+3(k+1)k)=k+3(k+2)(k+1)k-6(k+1)k \Rightarrow \frac{4\cdot5}{2}+3\cdot\frac{4\cdot5\cdot6\cdot7}{4}-6\cdot\frac{4\cdot5\cdot6}{3}+5=405$

2. 坐標平面上，x 坐標與 y 坐標均為整數的點稱為格子點。令 n 為正整數，T_n 為平面上以直線 $y=\frac{-1}{n}x+n$，以及 x 軸、y 軸所圍成的三角形區域(包含邊界)，而 a_n 為 T_n 上的格子點數目，則 $a_n=$？(以 n 表示)

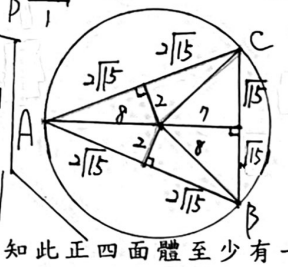
$\frac{(n+1)(n^2+2)}{2}$ $\boxed{2}$ $L: nx+y=n^2$ 內 $n+1$ 个格子点 $\frac{(n^2+1)(n+1)-(n+1)}{2}+(n+1)=\frac{(n+1)(n^2+2)}{2}$

3. 在人工智慧的分類技術中，用到以曲線來分類不同物件的概念。設平面上有七個點 $A(-1,1)$、$B(-3,1)$、$C(2,3)$、$D(-1,2)$、$E(1,0)$、$F(1,-3)$、$G(3,5)$ 分屬●、▲兩類。已知其中●類包含點 A,C,E,G，而▲類包含點 B,D,F。若欲使用曲線 Γ：$y^2=x^3+tx^2+1$ 將這七個點「正確分類」(即某一類的所有點皆滿足 $y^2<x^3+tx^2+1$，另一類的所有點皆滿足 $y^2>x^3+tx^2+1$)，則實數 t 的範圍為何？

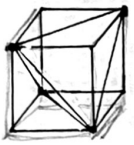
$1<t<3$ $\boxed{3}$ $9>t+2$, $4>t$, $1>9t-26$, $25<9t+28$, $9<4t+9$, $0<t+2$, $1<t \Rightarrow 1<t<3$

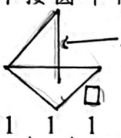
4. 設銳角三角形 ABC 的外接圓半徑為 8，已知外接圓圓心到 $\overline{AB}$ 的距離為 2，而到 $\overline{BC}$ 的距離為 7，則內切圓半徑為？

3 $\boxed{4}$ $\tan\beta=\frac{8}{\sqrt{15}}/1-\frac{7}{\sqrt{15}}\cdot\frac{1}{\sqrt{15}}=\sqrt{15}$



$r\cdot(5\sqrt{15})=\frac{1}{2}\cdot4\sqrt{15}\cdot2\sqrt{15}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}$ $\Rightarrow r=3$

$\boxed{6}$  $\Rightarrow 6\sqrt{2}$ #



$\square=6$, $3\sqrt{6}<6\sqrt{2}$

5. 已知 x,y,z 為實數，$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1\\ x^2+y^2+z^2=\frac{3}{2}\\ x^3+y^3+z^3=1\end{cases}$，$x+y+z$ 為整數，求 $x+y+z$ 的值？

1 令 $x+y+z=A$

$\boxed{5}$ $xy+yz+zx=xyz=B$ $A^2=\frac{3}{2}+2B \Rightarrow B=\frac{2A^2-3}{4}$ $\Rightarrow 1-3\cdot\frac{2A^2-3}{4}=A(\frac{3}{2}-\frac{2A^2-3}{4})$ $\Rightarrow 1-6A^2=A(9-2A^2)\Rightarrow 2A^3-6A^2-9A+1=0 \Rightarrow A=1$

$\begin{array}{r|l} 2-6-9+1 & 1 \\ +2-4-13 & \\ \hline 2-4-13 & 0 \end{array}$

6. 坐標空間中，考慮一個正四面體，其所有頂點的 z 坐標皆滿足 $0\le z\le 6$。已知此正四面體至少有一個頂點在平面 $z=0$ 上，且至少有一個頂點在平面 $z=6$ 上，求此正四面體邊長的最大可能值？

$6\sqrt{2}$

7. 大安高工舉辦音樂會，包含鋼琴表演 2 個、小提琴表演 2 個、歌唱表演 2 個，共 6 個不同的曲目。為了避免節目過於單調規定同類型的表演不能排在一起(2 個鋼琴不能相鄰、2 個小提琴不能相鄰、2 個歌唱也不能相鄰)，試問這場音樂會可能的曲目排列方式共有幾種？

240 $\boxed{7}$ a_1a_2 b_1b_2 c_1c_2 $n(A'\cap B'\cap C')=n(U)-n(A\cup B\cup C)=6!-C^3_1\cdot5!\cdot2!+C^3_2\cdot4!\cdot2!\cdot2!-3!\cdot2!\cdot2!\cdot2!=240$

8. 已知 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 皆為實係數三次多項式，且除以 x^2-x+2 的餘式分別為 $2x+1$、$x-1$、$x+2$。若 $x\cdot f(x)+a\cdot[g(x)]^2+b\cdot h(x)$ 可以被 x^2-x+2 整除，其中 a,b 為實數，則數對 $(a,b)=$？

$(10,7)$ $\boxed{8}$ $x(2x+1)+a(x-1)^2+b(x+2)=(a+2)x^2+(-2a+b+1)x+a+2b$ $\begin{cases}a+2=2a-b-1\\ a+2b=2(a+2)\end{cases}\Rightarrow(10,7)$

Created with Scanner Pro