

臺北市立麗山高級中學 115 學年度第一次正式教師甄選數學科試題

(作答時間 100 分鐘) 2026.7.19(日) ~ 7.22(三) Ru

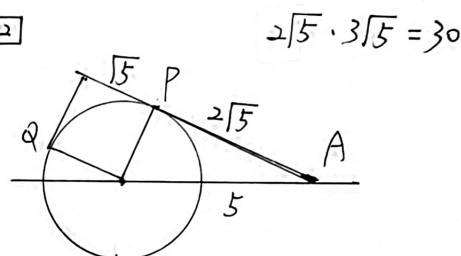
一、填充題 (14 題, 每題 5 分)

1. 設實數 α 、 β 滿足 $\log \alpha^3 + 3\alpha - 6 = 0$, $10^{\beta+1} + 10\beta - 20 = 0$, 則 $\alpha + \beta$ 的值為_____。

2
 $\log \alpha^3 = -\alpha + 2$
 $10^{\beta} = -\beta + 2$
 $\log \alpha^3 = -\alpha + 2$
 $10^{\beta} = -\beta + 2$
 $\alpha + \beta = 2$

2. 坐標平面上點 $A(3, -1)$ 及圓 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 。過點 A 作圓 C 的切線 $\overline{AP}$, 其中點 P 為切點, 若點 Q 為圓 C 上

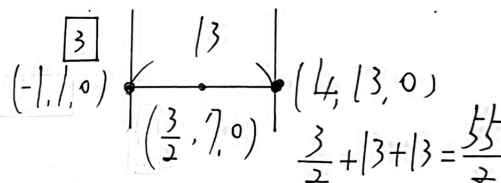
的動點, 則向量內積 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 的最大值為_____。



3. 在坐標空間中, 設 $\Gamma: \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$, $\Lambda: \{(x, y, z) | x=4, y=k\}$, 動點 P, Q 分別在 Γ 和 Λ 的圖形上, 已知 $\overline{PQ}$ 的中點

55
2

軌跡方程式為 $\begin{cases} x=x_0 \\ y=7 \end{cases}$, 若 $\overline{PQ}$ 長的最小值為 m , 則 $x_0 + k + m =$



4. 五位同學圍成一圈依序循環報數, 規定:

- ① 第一位同學首次報出的數為 1。第二位同學首次報出的數也為 1, 之後每位同學所報出的數都是前兩位同學所報出的數之和;
 ② 若報出的數為 3 的倍數, 則報該數的同學需拍手一次。

求當第 30 個數被報出時, 五位同學拍手的總次數為_____。

4

$F_n \pmod{3}$ 1 1 2 0 2 2 1 0

$30 = 8 \times 3 + 6 \Rightarrow 3 \times 2 + 1 = 7$

5. 設 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$, $g(x) = 2x^3 + (k-2)x^2 + kx - 2k$, $k \in \mathbb{R}$, 已知方程式 $(f(x))^2 + (g(x))^2 = 0$ 有兩個相異實根

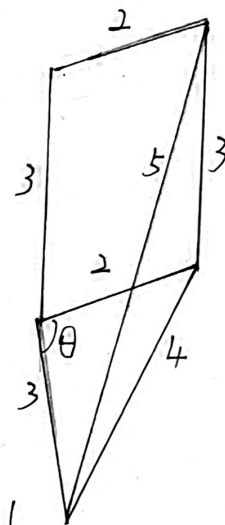
16 α, β , 求 $k + \alpha + \beta =$

5
 $f(x) = (x-1)(x+2)(x+3)$
 $g(x) = (x-1)(2x^2 + kx + 2k)$
 $x = -2: 8 \neq 0, k = -3: k = 18 \Rightarrow -3 + 18 = 16$

臺北市立麗山高級中學 115 學年度第一次正式教師甄選數學科試題

6. 在坐標空間中，兩歪斜線 L_1 和 L_2 分別在兩平行平面 $E_1: x+2y+2z=7$ 和 $E_2: x+2y+2z=16$ 上，設點 A, B 在 L_1 上， $\frac{\sqrt{15}}{4}$ 點 C, D 在 L_2 上，且 $\overline{BC}$ 垂直 E_1 和 E_2 。若 $\overline{AB}=2$ ， $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AD}=5$ ，則直線 L_1 和 L_2 方向向量夾角的正弦值為_____。

[6] $\cos \theta = \frac{-1}{4}$
 $\sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$



7. 試求方程式： $2x^2 - 4 = \sqrt{(3x^2 - 2x - 12)(x^2 + 2x + 4)}$ 的實根為_____。

4 or -2

[7]

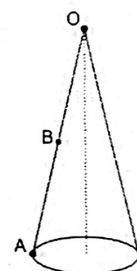
$\alpha = \sqrt{3x^2 - 2x - 12}$ $\alpha^2 + \beta^2 = 4x^2 - 8 = 2\alpha\beta$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$
 $\beta = \sqrt{x^2 + 2x + 4}$ $\Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = 0$ $\begin{matrix} x-4 \\ x+2 \end{matrix}$

$(-x^2 - 4 \geq 0, \dots)$

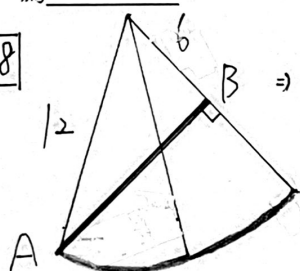
$\Rightarrow \alpha = \beta$

$\Rightarrow x = 4 \text{ or } -2$ 代(2) ok

8. 如右圖所示，有一圓錐面，高為 $\sqrt{143}$ ，底部圓面積為 π ，圓錐頂點 O 與底面圓周上一點 A ， $\overline{OA}$ 中點為 B ，今有一隻螞蟻從 A 點出發，沿著圓錐表面爬行兩圈後到達 B 點，求螞蟻爬行的最短距離為_____。



[8]



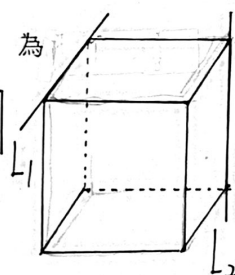
$2\theta = 2\pi \cdot 1 \Rightarrow \theta = 30^\circ$

$\Rightarrow \overline{AB} = 6\sqrt{3}$

9. 空間中 $L_1: x-1 = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{2}$ 與 $L_2: \begin{cases} x+y=4 \\ y+2z=2 \end{cases}$ 為一正立方體某兩邊所在的直線方程式。則此正立方體的體積為_____。

27

[9]



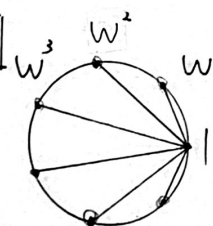
$\begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ \hline & 2 & -2 & 1 & & & & \end{array}$ $\begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 & -2 & 1 & & \\ \hline & 6 & 3 & -6 & & & & \end{array}$
 $(-2, -2, 1) \perp (1, 2, 2)$ $A(1, 3, 4)$
 $\beta(4, 0, 1)$

$\frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{3(1, -3, -1) \cdot (2, 1, -2)}{3}$
 $= 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

10. 正七邊形 $ABCDEFGH$ 內接於一單位圓，則線段長乘積 $\overline{AB} \times \overline{AC} \times \overline{AD}$ 為_____。

17

[10]



$x^7 - 1 = (x-1)(x^6 + x^5 + \dots + x + 1)$
 $= (x-1)(x-w)(x-w^2)(x-w^3)(x-w^4)(x-w^5)(x-w^6)$
 $7 = (|1-w||1-w^2||1-w^3|)^2 \Rightarrow 17$