

若球心在內部

無解 $\rightarrow \sqrt{r^2-1} + \sqrt{r^2-\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sqrt{\frac{9}{4}-1} = \frac{\sqrt{5}}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2}$

一、填充題: 12 題 2026.7.6(-) ~ 7.14(-) Ru

【說明】: 1-8 題 每題 6 分, 9-12 題 每題 8 分, 共 80 分。

1. 實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 25$, 則 $\sqrt{6x+8y+50} + \sqrt{-6x+8y+50}$ 的最大值為 $\frac{6\sqrt{10}}{3}$

2. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c , 且 a, b, c 為方程式 $x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + 14x - 4\sqrt{5} = 0$ 的三根, 求 $\triangle ABC$ 的面積。

3. 如右圖, $\triangle ABC$ 中, 點 M, N 分別在 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 上, $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \beta \overrightarrow{AC}$, D 是 $\overline{BC}$ 的中點, P 是 $\overline{MN}$ 與 $\overline{AD}$ 的交點

4. 空間中有三個向量 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$, 矩陣

1. 實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 25$, 則 $\sqrt{6x+8y+50} + \sqrt{-6x+8y+50}$ 的最大值為 $\frac{6\sqrt{10}}{3}$

2. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c , 且 a, b, c 為方程式 $x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + 14x - 4\sqrt{5} = 0$ 的三根, 求 $\triangle ABC$ 的面積。

3. 如右圖, $\triangle ABC$ 中, 點 M, N 分別在 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 上, $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \beta \overrightarrow{AC}$, D 是 $\overline{BC}$ 的中點, P 是 $\overline{MN}$ 與 $\overline{AD}$ 的交點

4. 空間中有三個向量 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$, 矩陣

若 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AD}$, 則 $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{4}{\beta^2}$ 的最小值為 $\Rightarrow \beta = \frac{3}{2} > 1$

3. 如右圖, $\triangle ABC$ 中, 點 M, N 分別在 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 上, $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \beta \overrightarrow{AC}$, D 是 $\overline{BC}$ 的中點, P 是 $\overline{MN}$ 與 $\overline{AD}$ 的交點

4. 空間中有三個向量 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$, 矩陣

求 $|3\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c}| = \sqrt{33}$

6. 設四面體六條棱長分別為 3, 2, 2, 2, 2, 2, 則此四面體外接球半徑為 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. 求橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的外切矩形最大面積為 M , 最小面積為 m , 求 $(M, m) = (24, 4)$

7. 一袋中有 10 顆黑球, 開始時隨機由袋中取 2 顆球, 再放入 2 顆白球, 如此稱為一次操作, 今操作 4 次, 求袋中白球個數的期望值?

8. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 組成一個五位數, 數字可重複, 若其中至少有三個不同的數字且數字 1 與 4 不相鄰的五位數有 5880 個。

8. 設 $x_n \equiv \#n$ 位為 1 的方法數, $y_n \equiv \#n$ 位為 4 的方法數, $z_n \equiv \#n$ 位為 2 或 3 或 5 或 6 的方法數

不合: 1 種數字 $\rightarrow 6$

2 種 $\rightarrow (2^5 - 2)(C_1^4 + C_1^4 + C_1^4) = 420$

6306 - 420 = 5880