國立陽明交大附中　115 學年度　第 1 次教師甄選

數學科　試題卷

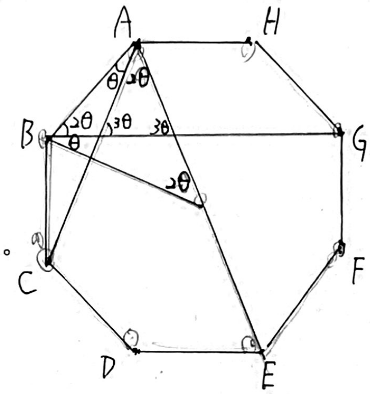
(請考生自填)准考證號碼之**末三碼**：__________　　姓名：____________

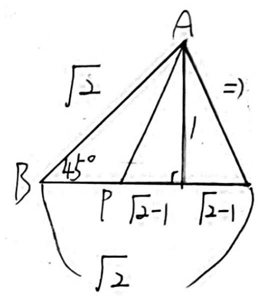
一、填充題(每題 6 分，共 78 分)　2026. 4.30(四) ~5.6(三) Ru

1. 有一邊長為 $\sqrt{2}$ 的正八邊形 $ABCDEFGH$，設點 P 為 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BG}$ 的交點，點 Q 為 $\overline{AE}$ 和 $\overline{BG}$ 的交點，

$\sqrt{2}-1$　則三角形 APQ 的面積為________。

$\boxed{1}$





$\Rightarrow \sqrt{2}-1$

$10\sqrt{13}$　2. $\sqrt{(60+10\sqrt{35})^{\frac{3}{2}}-(60-10\sqrt{35})^{\frac{3}{2}}}=$________。

$\boxed{2}$　$(\sqrt{35}+5)^3-(\sqrt{35}-5)^3=\sqrt{10^3+3\cdot10\cdot10}=10\sqrt{13}$

3. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人選 5 人排成一列，若同時選出甲、乙，則排列時甲、乙須

1392　相鄰；若同時選出丙、丁，則排列時丙、丁須分開，則一共有______種不同的排列。

$\boxed{3}$　$C^7_5\cdot5!=2520$　甲乙分開 $C^5_3\cdot3!\cdot4\cdot3=720$　丙丁相鄰 $C^5_3\cdot4!\cdot2!=480$　甲乙分開且丙丁相鄰 $C^3_1\cdot2!2!\cdot3\cdot2=72$　$2520-720-480+72=1392$

4. 坐標空間中，設 A，B 兩點在某直線 L 上的投影點分別為 C，D，已知 $\overline{AC}=\overline{BD}=4$，

9　且 $\overleftrightarrow{AC}$，$\overleftrightarrow{BD}$ 兩直線的方程式分別為 $\overleftrightarrow{AC}:\dfrac{x-2}{2}=y-7=\dfrac{z+3}{2}$，$\overleftrightarrow{BD}:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{4-y}{2}=6-z$，

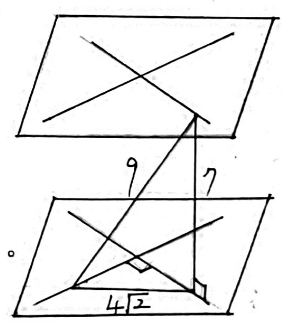
則 $\overline{AB}$ 長度為______。

$\boxed{4}$　$(2,1,2)\cdot(2,-2,-1)=0 \Rightarrow 90^\circ$

1 2 2 1
-2 -1 2 -2
$(3,6,-6)$

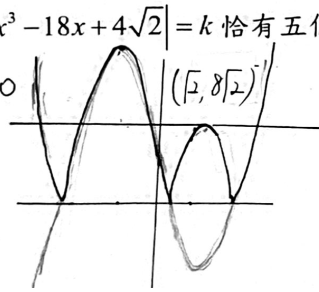
$P(2,7,-3)$
$Q(5,4,6)$

$d(L_1,L_2)=\left|\dfrac{(3,-3,9)\cdot(1,2,-2)}{3}\right|=7$



5. 若方程式 $\log_2\left|3x^3-18x+4\sqrt{2}\right|=k$ 恰有五個實根，則 $k=$______。

$\frac{7}{2}$　$\boxed{5}$　$9x^2-18=0$　$(\sqrt{2},8\sqrt{2})$　$8\sqrt{2}=2^{\frac{7}{2}}=2^k$



6. 已知三次函數 $f(x)=x(x-2)(x-4)$，則 $\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}f\left(2+\frac{2i}{n}\right)\right)=$＿＿＿＿＿。

-2

$\boxed{6}$

$\sum_{i=1}^{n} f(a+i\Delta x)\cdot\Delta x \xrightarrow{n\to\infty} \int_a^{a+k} f(x)\,dx$

$\Delta x=\frac{k}{n}$

$\Delta x=\frac{2}{n}$：$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{n}f\left(2+i\left(\frac{2}{n}\right)\right)\to\int_2^4 f(x)\,dx$

$\frac{1}{2}\int_2^4(x^3-6x^2+8x)\,dx=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}(256-16)-2(64-8)+4\cdot12\right)=-2$

7. 在空間中，直線 $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$ 分別與平面 $E_1:x+y+z=3$ 和 $E_2:x-y+2z=5$ 交於 A、B 兩點，設動點 P 在 E_1 和 E_2 的交線上，則三角形 ΔPAB 面積的最小值為＿＿＿＿＿。

$\frac{6\sqrt2}{5}$

$\boxed{7}$ $(2t+3,\ t+2,\ t+2)$

$t=-1\Rightarrow A(1,1,1)$

$t=0\Rightarrow B(3,2,2)$

$\begin{matrix}1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 2 & 1 & -1 & 2\end{matrix}$

$(3,-1,-2)$

$C(4,-1,0)$

$\begin{matrix}2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1\\ 3 & -1 & -2 & 3 & -1 & -2\\ & -1 & 7 & -5 & & \end{matrix}$

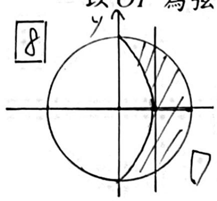
$\overrightarrow{AC}$ 2

$\frac{1}{2}\sqrt{6}\cdot\left|\frac{(3,-2,-1)\cdot(-1,7,-5)}{\sqrt{75}}\right|=\frac{6\sqrt2}{5}$

8. 在坐標平面上，O 為原點，圓 $O:x^2+y^2=4$ 有一弦 $\overline{AB}$ 在直線 $x=1$ 上，設動點 P 在弦 $\overline{AB}$ 上，以 $\overline{OP}$ 為弦心距的弦為 $\overline{MN}$，所有可能的 $\overline{MN}$ 所形成的區域面積為＿＿＿＿＿。

$2\pi-\frac{8}{3}$

$\boxed{8}$



$P(1,t)$，$\overleftrightarrow{MN}$：$x+ty=1+t^2$

$t^2-yt+1-x=0$

$D\ge0\Rightarrow y^2\ge-4(x-1)$

$2\pi-\int_{-2}^{2}\left(\frac{-y^2}{4}+1\right)dy=2\pi+\frac{16}{12}-4=2\pi-\frac{8}{3}$

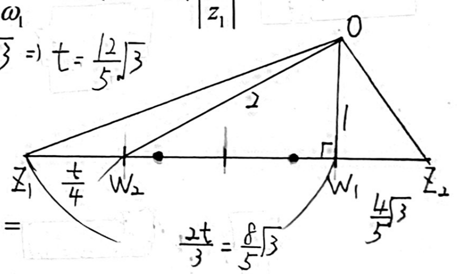
9. 設 z_1 和 z_2 為複數，且 $\omega_1=\frac{1}{3}z_1+\frac{2}{3}z_2$，$\omega_2=\frac{3}{4}z_1+\frac{1}{4}z_2$，已知 $\frac{\omega_2}{\omega_1}=1+\sqrt3 i$，則 $\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=$

$\sqrt{\frac{73}{217}}$

法1：$\frac{3z_1+z_2}{4}=\frac{(z_1+2z_2)(1+\sqrt3 i)}{3}$ $\Rightarrow\left|\frac{z_2}{z_1}\right|$

$\boxed{9}$ $\Rightarrow z_1(5-4\sqrt3 i)=z_2(5+8\sqrt3 i)$ $=\sqrt{\frac{73}{217}}$ $=\sqrt{\frac{25+48}{25+192}}$

法2：$\frac{5t}{12}=\frac{2}{3}t-\frac{t}{4}=\sqrt3\Rightarrow t=\frac{12}{5}\sqrt3$



10. 多項式 $f(x)$ 滿足 $xf(x-1)=(x-5)f(x)$ 且 $f(6)=1$，則 $f(\frac{5}{2})=$

$\frac{1}{512}$

$\boxed{10}$

$0=f(0)=f(1)=f(2)=f(3)=f(4)$

令 $f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)Q(x)$

$1=f(6)=6!\,Q(6)$

$x(x-1)(x-2)\cdots(x-5)Q(x-1)$

$=x(x-1)\ \cdots\ (x-5)Q(x)$

$\Rightarrow Q(x)$ is constant

$f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{5\cdot3\cdot1\cdot(-1)(-3)}{2^5\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}=\frac{1}{512}$

11. 在 ΔABC 中，已知 $\overline{AB}=4$，$\overline{AC}=5$，$\angle A=2\theta$，θ 以弧度計。若 ΔABC 的外接圓半徑為 $R(\theta)$，則 $\lim_{\theta\to0}[R(\theta)\cdot\theta]=$＿＿＿＿＿。

$\frac{1}{4}$

$\frac{\sqrt{41-40\cos(2\theta)}\cdot(2\theta)}{2\sin(2\theta)\cdot2}\to\frac{1}{4}$