

新北市公立高級中等學校 115 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算題 2 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卷請使用黑色或藍色原子筆作答，答案以正楷書寫清楚，以免無法判讀。
- 五、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新
闈
稿
專
用

新聞稿專用

新北市公立高級中等學校 115 學年度教師聯合甄選
數學科試題

一、填充題：共 10 題，每題 7 分

1. 與115互質的正整數，由小到大排列形成一數列，例如：1, 2, 3, 4, 6, 7, ...，試問此數列第2026項為何？
2. 小明將自己的生日，月份寫成兩質數的和，日期寫成兩質數的差，最後將此四個質數相乘，得到2590。試問小明的生日是幾月幾日？
3. 已知正實數 a, b, c 滿足 $a^a = 2(\sqrt{b^b}) = 5(\sqrt[5]{c^c}) = 10$ ，
則 $10 \left[(a \log a)^3 + \left(\frac{b}{2} \log b\right)^3 + \left(\frac{c}{5} \log c\right)^3 \right] + 3abc(\log a)(\log b)(\log c)$ 的值為何？
4. 已知實係數多項式方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 8 = 0$ 恰有兩根相等且 $ab = 8$ ，
則 $a - b$ 的值為何？
5. 坐標平面上，已知水平線 $y = k$ 上恰有相異四個點，可與點 $A(2, -2)$ 、點 $B(-1, 2)$ 形成等腰三角形，試問這樣的 k 共有幾種可能？
6. 空間中有一個三角形，其三個頂點坐標分別為 $A(-3, -2, 1)$ 、 $B(3, 1, 1)$ 、 $C(-1, 0, 2)$ ，
若此三角形的內切圓半徑為 $a + b\sqrt{c} + d\sqrt{e} + f\sqrt{g}$ (有理化至最簡根式)，其中 a, b, c, d, e, f, g 都是有理數，則 $c + e + g$ 的值為何？

7. 已知函數 f 滿足 $f(1+x) + f(1-x) = |x|^{2025}$ ，則積分 $\int_0^2 f(x)dx$ 之值為？
8. 給定一個初始數列，將相鄰兩項，用右邊的項減左邊的項後所得到的值寫在此兩項中間，這樣稱作一個操作。例如：初始數列為 3, 8，操作一次後變 3, 5, 8，操作第二次變 3, 2, 5, 3, 8，操作第三次後變成 3, -1, 2, 3, 5, -2, 3, 5, 8。現在初始數列改為 115, 2026，試問操作 20 次後得到的數列，其各項總和為多少？
9. 已知正整數數列 a_n ($n \in N$) 滿足 $a_1 = \frac{2^{2026}(2^{2026}-1)}{3}$ 且 $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & a_n \text{ 為偶數} \\ 3a_n + 1, & a_n \text{ 為奇數} \end{cases}$ ，
則此數列從第幾項開始為 1，並且開始形成週期數列？
10. 已知 a 、 b 、 θ 為實數，其中 $a^2 + b^2 > 4$ ，
則 $f(a, b, \theta) = \sqrt{(a - 2 \cos \theta)^2 + (b - 2 \sin \theta)^2} + \sqrt{(a + 3)^2 + (b - 4)^2}$ 的最小值為何？

二、計算題：共 2 題，每題 15 分

1. 已知 x 、 y 、 z 三數滿足 $x + y + z = 1$ 且 $x^3 + y^3 + z^3 = 2026$ ，
則 $(x+y)(y+z)(z+x)$ 之值為何？
2. 設 $\triangle ABC$ 中，三邊長 $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ 且 $b > c$ ，若 $\angle BAC = 30^\circ$ ，
則 $\frac{b^2 - c^2}{a^2}$ 的最大值為何？

新聞稿專用