

# 臺北市立松山家商100學年度第2次教師甄選初試

## 數學科試題卷

一、填充題：(每題 6 分，共 78 分)

1. 空間中一光線通過點  $A(1, 2, 3)$  入射經平面  $E: 2x + y + z = 1$  反射通過點  $B(3, 2, 2)$ ，其入射角為  $\theta$ ，則  $\sin \theta =$ \_\_\_\_\_。
2. 在空間中，通過一直線： $x = 3 + t, y = 3 - t, z = 0$  ( $t$  為任意實數)，且與球面： $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4 = 0$  相切的平面有兩個，其方程式分別為\_\_\_\_\_。
3. 若  $x$  為實數，則  $f(x) = |x - 1| + 2|x - 2| + \dots + 9|x - 9|$  在  $x = k$  時，有最小值  $m$ ，則  $(k, m) =$ \_\_\_\_\_。
4. 設正實數  $a$  之小數部分為  $b$ ，且  $a^2 + 2b^2 = 15$ ，則  $a + 2b =$ \_\_\_\_\_。
5. 設  $k$  為實數， $x^4 - x^3 - 4x^2 + 3x + k = 0$  有二根和為 1，求方程式所有的解為\_\_\_\_\_。
6. 設  $f(x) = x^{15} + 4x^3 - 5x^2 - 3x + 3$ ，求以  $x^2 + x + 1$  除  $f(x)$  得餘式  $r(x) =$ \_\_\_\_\_。
7.  $\log_2 |\log_3 |\log_5 x|| = 0$ ，則  $x =$ \_\_\_\_\_。
8. 設  $n$  為自然數，數列  $a_n = (1.25)^n$ ，問此數列中“整數部分為 4 位數”者，共有\_\_\_\_\_項。
9. 設橢圓  $\Gamma: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  上兩點  $P, Q$  其中點為  $(1, 1)$ ，求  $PQ$  直線方程式為\_\_\_\_\_。
10. 數列  $\langle a_n \rangle$  中，若  $a_1 = 1$ ，且  $a_{n+1} = 3a_n - 1$ ，求  $a_n =$ \_\_\_\_\_。
11. 調查 1600 位同學，有 320 人贊成穿便服上學，求贊成比率  $p$  的 99.7% 信賴區間\_\_\_\_\_。
12.  $A, B$  二箱中， $A$  箱內有兩球，一黑一白。 $B$  箱內有一白球，甲，乙二人輪流取球，每次先由甲自  $A$  箱內任取一球，放入  $B$  箱內，再由乙自  $B$  箱內任取一球，放入  $A$  箱內。這樣稱為一局，則當第三局結束時， $A$  箱內兩球為一黑一白之機率為\_\_\_\_\_。
13. 有學生 10 人 (甲, 乙...癸)，其段考數學成績與該學期數學課缺課數，如右表所示，求兩者的相關係數  $r =$ \_\_\_\_\_

學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
缺課數	1	2	3	3	4	3	5	6
成績	100	90	90	80	70	70	60	60
學生	壬	癸						
缺課數	3	0						
成績	80	100						

二、計算證明題：(第 1 題 12 分，第 2 題 10 分，共 22 分)

1. 若方程組 
$$\begin{cases} 5x + 3y - z = 0 \\ 2x + y + 3z = a \\ x + 4y + bz = 17 \end{cases}$$
 有無限多組解，求  $a$ 、 $b$  之值及方程組之解。

2. 設  $n \in N$ ，二次方程式 
$$\begin{vmatrix} x - \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & x - \cos\theta \end{vmatrix} = 0$$
 的二根為  $\alpha$ 、 $\beta$ ，  
試證： $\alpha^n + \beta^n = 2 \cos n\theta$ 。

【試題結束】

參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ； $\log 3 \approx 0.4771$ ； $\log 7 \approx 0.8451$

# 臺北市立松山家商100學年度第2次教師甄選初試

## 數學科參考解答

一、填充題：(每題6分，共78分)

1.	$\sqrt{\frac{7}{82}}$	2.	$\begin{cases} x+y+2z=6 \\ x+y-2z=6 \end{cases}$	3.	(7, 82)	4.	$3\sqrt{3}$	5.	$\pm\sqrt{3}\sqrt{\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}}$
6.	$2x+13$	7.	$5^{\pm 3}\sqrt[3]{5^{\pm 1}}$	8.	11	9.	$9x+4y=13$	10.	$\frac{1}{2}(3^{n-1}+1)$
11.	[0.17, 0.23]	12.	$\frac{43}{64}$	13.	-0.93				

二、計算證明題：(第1題12分，第2題10分，共22分)

1.  $a = -1, b = -58$

$$\begin{cases} x = -3 - 10t \\ y = 5 + 17t \\ z = t \end{cases}, t \in R$$

2. 略