

1. 人類的雙胞胎有兩種類型--同卵雙胞胎和異卵雙胞胎。同卵雙胞胎的性別都是同性，而異卵雙胞胎的性別不一定，男嬰、女嬰機會均等。假設某地區的雙胞胎有 $\frac{2}{5}$ 屬同卵雙胞胎， $\frac{3}{5}$ 屬異卵雙胞胎，已知該地區某夫妻生下的一對可愛的姐妹雙胞胎，則此兩姐妹是異卵雙胞胎的機率為_____。(7 分)

答案： $\frac{3}{7}$

2. 某電腦程式每運行一次都隨機出現一個二進位的 6 位元數 N

$$= \boxed{n_1} \boxed{n_2} \boxed{n_3} \boxed{n_4} \boxed{n_5} \boxed{n_6}, \text{ 其中 } N \text{ 的各位數字中, } n_1 = n_6 = 1, n_k (k = 2, 3, 4, 5)$$

出現 0 的機率為 $\frac{2}{5}$ ，出現 1 的機率為 $\frac{3}{5}$ ，記 $X = n_1 + n_2 + \dots + n_6$ ，則 X 的數學

期望值為_____。(7 分)

答案： $\frac{22}{5}$

3. 有等差數列：1, 4, 7, 10, ..., 697, 700，若將所有這些數相乘，求所得的數尾部零的個數_____？(7 分)

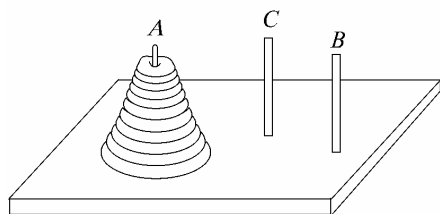
(例如：102003000400000，尾部零的個數為 5)

答案： 60 個

4. 求 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)(k+5)}$ 之值_____。(7 分)

答案： $\frac{22}{225}$

5. 如下圖， A 柱中有 n 個大小不同的圓盤由大而小往上堆疊，若要從 A 柱全部搬移至 B 柱，每次只能搬動一圓盤，且每次都必須先經中間柱（不可由 A 直接放入 B ）且大盤不可放在小盤之上，設共要搬動 a_n 次，若 $a_{n+1} = pa_n + k$ ，求數對 $(p, k) =$ _____。(7 分)



【解答】 (3, 2)

6. 已知 $\log_{18} 9 = a$ ， $18^b = 5$ ，求 $\log_{36} 45 =$ _____。(7 分)

答案 : $\frac{a+b}{2-a}$

7. 已知 θ 是第三象限角，且 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \frac{5}{9}$ ，則 $\sin 2\theta =$ _____。(7 分)

答案 : $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

8. 設 $z \in \mathbb{C}$ ， $z \cdot \bar{z} = 4$ ，求 $|z+1-\sqrt{3}i|$ 的最大值 = _____。(7 分)

答案 : 4

9. 求函數 $y = \sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2-8x+17}$ 的最小值為 _____。(7 分)

此時 x 之值為 _____。

答案 : 5, $x = \frac{8}{3}$

10. 設 $x = 5$ ，則 $(1+x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} c_k^{15} x^k$ 的展開式中，當 $k =$ _____ 該項的值最大。
(7 分)

答案 : $k = 13$

11. 設拋物線 $\Gamma: y^2 = 4x$ 上不同的兩點 M, N 關於直線 $L: x + 2y = 8$ 對稱，求直線 \overleftrightarrow{MN} 的方程式為 _____。(7 分)

答案 : $y = 2x - 11$

12. _____ 某高中做校長滿意度調查，甲、乙二人用簡單隨機抽樣從全校 2000 同學各抽出數位同學，詢問他們意見，在 95% 信心水準之下，甲、乙二人各自的滿意度信賴區間分別為 $[0.5, 0.7]$ 、 $[0.45, 0.55]$ 。則下列選項何者正確？

(1) 甲抽樣滿意度比乙抽樣滿意度高 (2) 此次民調，甲抽樣人數比乙抽樣人數少
(3) 所以全校同學當中，一定有 200 人對校長滿意 (4) 因為乙的滿意度信賴區間較小，所以全校同學對校長的滿意度有 95% 信心，會落在此區間 $[0.45, 0.55]$ ，而不是 $[0.7, 0.5]$ (5) 全校同學對校長的滿意度有 95% 信心，會落在此區間 $[0.5, 0.55]$ 。(8 分)

答案 : (1)(2)(3)

13. _____ 設有 n 組 (x_i, y_i) ， $1 \leq i \leq n$ ，二維數據，並依此數據繪出散佈圖，

且求出 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 2x - 1$ ，則下列敘述何者正確？

(1) 此 n 組數據之相關係數必為正 (2) 此 n 組數據之 x 與 y 的相關程度必為高度

相關 (3)若 $x_i > x_j$, 則 $y_i > y_j$ (4) $\overline{X} = \frac{x_1 + \Lambda + x_n}{n} = 1$ (5)若 $x'_i = 2x_i - 3$,

$y'_i = 3y_i + 2$, 則 y' 對 x' 的迴歸直線方程式斜率為 3。(8 分)

答案：(1)(5)