請填寫准考證及姓名

准考證號：＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿

臺北市立麗山高級中學 115 學年度第一次正式教師甄選數學科試題

（作答時間 100 分鐘）

一、填充題（14 題，每題 5 分）

1. 設實數α 、 β滿足$\log\alpha^3+3\alpha-6=0$ ，$10^{\beta+1}+10\beta-20=0$ ，則$\alpha+\beta$的值為＿＿＿＿＿。

2. 坐標平面上點$A(3,-1)$及圓C：$(x+1)^2+(y-2)^2=5$。過點A作圓C的切線$\overline{AP}$，其中點P為切點，若點Q為圓C上的動點，則向量內積$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$ 的最大值為＿＿＿＿。

3. 在坐標空間中，設$\Gamma:\begin{cases}2x+3y=1\\3x-2y=-5\end{cases}$，$\Lambda:\{(x,y,z)\,|\,x=4,y=k\}$，動點$P,Q$分別在$\Gamma$和$\Lambda$的圖形上，已知$\overline{PQ}$的中點軌跡方程式為$\begin{cases}x=x_0\\y=7\end{cases}$，若$\overline{PQ}$長的最小值為$m$ ，則$x_0+k+m=$＿＿＿＿。

4. 五位同學圍成一圈依序循環報數，規定：
①第一位同學首次報出的數為 1。第二位同學首次報出的數也為 1，之後每位同學所報出的數都是前兩位同學所報出的數之和；
②若報出的數為 3 的倍數，則報該數的同學需拍手一次。
求當第 30 個數被報出時，五位同學拍手的總次數為＿＿＿＿＿ 。

5. 設$f(x)=x^3+4x^2+x-6, g(x)=2x^3+(k-2)x^2+kx-2k, k\in R$ ，已知方程式$(f(x))^2+(g(x))^2=0$有兩個相異實根α,β ，求$k+\alpha+\beta=$ ＿＿＿＿ 。

請填寫准考證及姓名

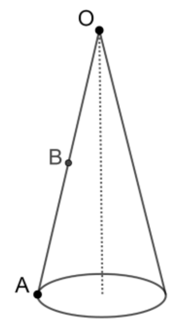
准考證號：________姓名：________

臺北市立麗山高級中學115學年度第一次正式教師甄選數學科試題

6. 在坐標空間中，兩歪斜線 L_1 和 L_2 分別在兩平行平面 $E_1: x+2y+2z=7$ 和 $E_2: x+2y+2z=16$ 上，設點 A,B 在 L_1 上，點 C,D 在 L_2 上，且 $\overline{BC}$ 垂直 E_1 和 E_2。若 $\overline{AB}=2$，$\overline{CD}=3$，$\overline{AD}=5$，則直線 L_1 和 L_2 方向向量夾角的正弦值為_______。

7. 試求方程式：$2x^2-4=\sqrt{(3x^2-2x-12)(x^2+2x+4)}$ 的實根為 __________ 。

8. 如右圖所示，有一直圓錐面，高為 $\sqrt{143}$ ，底部圓面積為 π ，圓錐頂點 O 與底面圓周上一點 A ，$\overline{OA}$ 中點為 B ，今有一隻螞蟻從 A 點出發，沿著圓錐表面爬行**兩圈**後到達 B 點，求螞蟻爬行的最短距離為__________。



9. 空間中 L_1 ：$x-1=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-4}{2}$ 與 L_2 ：$\begin{cases} x+y=4 \\ y+2z=2 \end{cases}$ 為一正立方體某兩邊所在的直線方程式。則此正立方體的體積為__________。

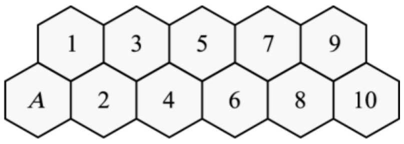
10. 正七邊形 $ABCDEFG$ 內接於一單位圓，則線段長乘積 $\overline{AB}\times\overline{AC}\times\overline{AD}$ 為__________。

臺北市立麗山高級中學115學年度第一次正式教師甄選數學科試題

11. 圓上有四點 A,B,C,D，已知兩弦 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$，設 $\overline{AB}=2$，$\overline{CD}=3$，則此圓面積為_______。

12. 等軸雙曲線 $x^2-y^2=8$ 的中心為 O，兩焦點 F_1，F_2，點 P 在此雙曲線上，若 $\overline{PO}=9$，則線段乘積 $\overline{PF_1}$ ‧ $\overline{PF_2}$ ＝_________。

13. 如附圖之蜂房結構，每兩個相鄰的蜂房間都有一通道，一隻蜜蜂從蜂房 A 出發，想爬到第 10 號蜂房，但不許反向倒走（即蜂房號碼不可愈走愈小），則共有_________種走法。



14. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_{n+1}=a_n+2^n$，且 $a_1=1$，則 $\dfrac{1}{a_1\times a_2}+\dfrac{2}{a_2\times a_3}+\dfrac{2^2}{a_3\times a_4}+\cdots+\dfrac{2^9}{a_{10}\times a_{11}}=$_______。

請填寫准考證及姓名

准考證號：_________姓名：________

臺北市立麗山高級中學115學年度第一次正式教師甄選數學科試題

二、計算證明題（3題，每題10分）

1. 實驗室中有 n 個砝碼，重量分別為 $a_1, a_2, \cdots, a_n$。已知從中任取兩個砝碼秤重的重量和為 A_i，所有 A_i 的總和為 k 克；從中任取三個砝碼秤重的重量和為 B_i，所有 B_i 的總和為 $2k$ 克。若已知這些砝碼重量滿足 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2$ 的最小值為 2400，試求 k 的值。

2. 三角形 ABC 三邊邊長 $\overline{AB} = 4$、$\overline{BC} = 6$、$\overline{AC} = 5$，則

(1) $\overline{BC}$ 邊上的高 $\overline{AH} =$__________。（3分）

(2) 在 $\overline{AB}$ 邊上取一動點 P、在 $\overline{AC}$ 邊上取一動點 Q，則 ΔPQH 周長的最小值為__________。（7分）

3. 設 $x_1, x_2, ..., x_n$ 為一組實數資料，其平均數為 μ，全距為 $R = \max\limits_{1 \le i \le n} x_i - \min\limits_{1 \le i \le n} x_i$

(1)證明對任意實數 a，有 $\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 \le \sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$。（5分）

(2)設此組資料的標準差為 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$，利用(1)證明 $\sigma \le \frac{R}{2}$。（5分）

請填寫准考證及姓名

准考證號：＿＿＿＿＿＿姓名：＿＿＿＿＿

臺北市立麗山高級中學115學年度第一次正式教師甄選數學科試題

填充題答案

1. 2	2. 30	3. $\frac{55}{2}$	4. 7
5. 16	6. $\frac{\sqrt{15}}{4}$	7. $x=4 \vee -2$	8. $6\sqrt{3}$
9. 27	10. $\sqrt{7}$	11. $\frac{13}{4}\pi$	12. 81
13. 89	14. $\frac{1023}{2047}$		