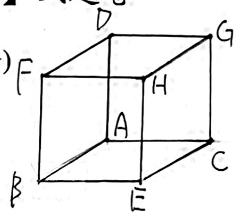
國立彰化高級中學 114 學年度第一次教師甄選初試【數學科】試題卷



一、填充題 (每題 5 分，共 70 分：不用詳述計算過程，寫答即可，全對始計分)

2025.8.15(五) ~

[-4,3]

1. 已知函數 $f(x)=(3-k)x^2+6x+k+4$，在 $x>0$ 時，其函數值恆正，則實數 k 的範圍為

$\boxed{1}$ $\begin{cases} 3-k>0 \\ f(0)>0 \end{cases}$ $D<0 \Rightarrow k^2-k-3<0$ $\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$ $\Rightarrow -4<k<3$

$\sqrt[3]{26}$

2. 已知$x,y\in R$且滿足$\begin{cases} x^3-3xy^2=5 \\ y^3-3x^2y=1 \end{cases}$，則$x^2+y^2=$ $\boxed{3}$

$\boxed{2}$ $(x^2+y^2)^3=(x^3-3xy^2)^2+(y^3-3x^2y)^2=x^6-6x^2y^4+9x^2y^4+y^6-6x^4y^2+9x^4y^2=26$

$E_1: 2x+2y+2z-3=0$　A B C D E F G H　$- - - - + + + +$　$6=a$

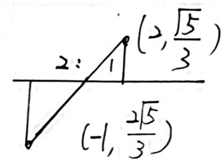
$E_2: 3x+y+3z-5=0$　$- - - - - - + - +$　$5=b$

$E_3: 3x+3y+4z-6=0$　$- - - - 0 + + +$　$4=c$

Ellipse

(6,4,5)

3. 空間座標中，一正立方體的八個頂點分別為 $(0,0,0)$、$(1,0,0)$、$(0,1,0)$、$(0,0,1)$、$(1,1,0)$、$(1,0,1)$、$(0,1,1)$、$(1,1,1)$，已知三個平面 E_1：$2x+2y+2z=3$、E_2：$3x+y+3z=5$、E_3：$3x+3y+4z=6$ 與此正立方體的截痕分別為 a 邊形、b 邊形、c 邊形，求序對 $(a,b,c)=$



$t=\frac{2\cdot2+1\cdot(-1)}{3}=1 \Rightarrow P(3,3,1)$

(3,3,1)

4. 已知空間中一直線 L：$\frac{x-1}{2}=y-2=\frac{z-3}{-2}$ 以及線外兩點 $A(5,2,-2)$、$B(1,-3,5)$。若 P 點為 L 上之動點，當 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 有最小值時的 P 點坐標為

$=(9t^2-36t+41)^{\frac{1}{2}}+(9t^2+18t+29)^{\frac{1}{2}}=3\left(\left((t-2)^2+\frac{5}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+\left((t+1)^2+\frac{20}{9}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$

$\boxed{4}$ 令 $P(2t+1,t+2,-2t+3)$ $\left((2t-4)^2+t^2+(-2t+5)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\left((2t)^2+(t+5)^2+(-2t-2)^2\right)^{\frac{1}{2}}$

$0<b=-n+\sqrt{n+6}\le1 \Rightarrow n=2$

$\frac{1}{100}$, 1000, $10^{2\sqrt{2}}$

5. 已知$[x]$表示不大於實數x的最大整數，解方程式$(\log x)^2-[\log x]-6=0$ 得$x=$

$\log x=2\sqrt{2}$

$\boxed{5}$ 令 $\log x=n+b$，$n\in\mathbb{Z}$，$0\le b<1$　$b^2+(2n)b+n^2-n-6=0$，$b=0\Rightarrow n=3,-2$

$x=1000,\frac{1}{100},10^{2\sqrt{2}}$

$(0,4+2\sqrt{6})$

6. $a>0$，已知 x 的多項方程式 $f(x)=x^3+(-a^2+2a+2)x-2a^2-2a=0$ 有一實根二虛根，求 a 的範圍為

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & +0 & +(-a^2+2a+2) & +(-2a^2-2a) & a \\ & +a & +a^2 & 2a^2+2a & \\ \hline 1 & +a & +2a+2 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-a)(x^2+ax+2a+2)$

$D<0\Rightarrow a^2-8a-8<0$

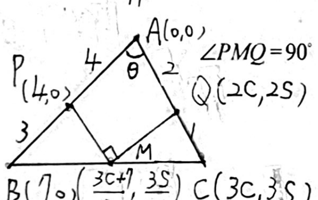
$\Rightarrow 0<a<4+2\sqrt{6}$

$\boxed{6}$ 注意到 $f(a)=0$

110 科學班資格考

$\boxed{7}$ $\frac{5}{11}$

7. $\triangle ABC$中，已知M為$\overline{BC}$中點，$\overline{AB}$上一點P使$\overline{AP}=4$，$\overline{BP}=3$，$\overline{AC}$上一點Q使$\overline{AQ}=2$，$\overline{CQ}=1$，$\angle PMQ=90^\circ$，則$\cos A=$

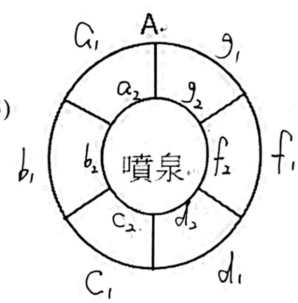


$\overrightarrow{MP}\perp\overrightarrow{MQ}$

$\Rightarrow(3C-1,3S)\cdot(C-7,S)=0\Rightarrow3+7=22C\Rightarrow\frac{5}{11}$

96

8. 如圖所示，廣場中央有一座噴泉，某人從A點出發，沿噴泉周圍的小路不重複地繞噴泉走一周，最終回到A點的走法有________種。(噴泉會在你走的路線內部)



$\boxed{8}$ 逆時針　$A\begin{cases} a_1 \begin{cases} b_1 \\ b_2 \end{cases} \\ a_2 \begin{cases} b_1 \\ b_2 \end{cases} \end{cases}\cdots\Rightarrow 2^6$　$(2^6-2^4)\times2=96$

同時選 a_2,g_2 不合：2^4