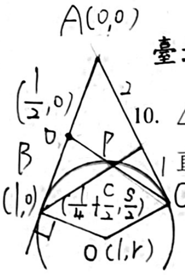


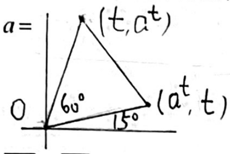
10. △ABC 中，D 是 $\overline{AB}$ 的中點，E 是 $\overline{AC}$ 上一點，且 $\overline{AE}=2\overline{EC}$，$\overline{AB}=1$。若 $\overline{CD}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 P 點，且直線 AB、直線 AC 剛好都是△BCP 外切圓的切線，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ $3/4$ 。 $\boxed{10}$

$C(\cos\theta,\sin\theta)$ $\quad \overline{OB}=\overline{OP}=\overline{OC} \Rightarrow r^2=(\frac34-\frac12 c)^2+(r-\frac12 s)^2=(c-1)^2+(s-r)^2$

$\frac12\cdot\frac21\cdot\frac{\overline{PD}}{\overline{CP}}=1 \quad \Rightarrow \frac{9}{16}+\frac14-\frac34 c=rs \;,\; 2-2c=2rs \Rightarrow \frac{13}{16}-\frac34 c=1-c \Rightarrow \cos\theta=\frac34$

$\sqrt3+1$ 11. 已知 $a>1$，且在坐標平面的第一象限有 A、B 兩點分別在 $y=a^x$ 及 $y=\log_a x$ 上，使得正三角形 OAB 的邊長為 $2\sqrt6+2\sqrt2$，其中 O 為原點，則 $a=$

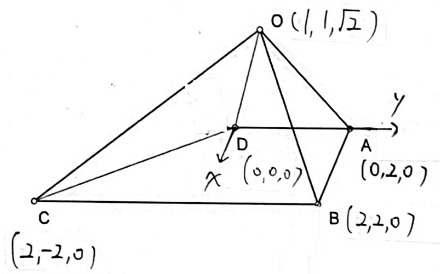
$\boxed{11}$



$2(\sqrt6+\sqrt2)$ $\quad 1.2=t$

$2(2+\sqrt3)=(\sqrt3+1)^2 \Rightarrow a=\sqrt3+1$

$\frac{-\sqrt6}{3}$ 12. 如圖，在四角錐 $O-ABCD$ 中，$\overline{AD}\perp\overline{AB}$，$\overline{AB}\perp\overline{BC}$，$\overline{AD}=2$，$\overline{BC}=4$，△OAB 與△OAD 均為正三角形，若平面 OAD 與平面 ODC 的兩面角為 θ，則 $\cos\theta=$______。



$\begin{matrix}0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & \sqrt2 & 1 & 1 & \sqrt2\end{matrix}$ $\quad \sqrt2 \;\; 0 \;\; -1$

$\begin{matrix}1 & 1 & \sqrt2 & 1 & 1 & \sqrt2\\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0\end{matrix}$

$(\sqrt2,\sqrt2,-2)\,//\,(1,1,-\sqrt2)$

$\Rightarrow \frac{-2\sqrt2}{\sqrt3\cdot2}=-\frac{\sqrt6}{3}$

$4x^2+x-1$ 13. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為實係數二次多項式且首項係數都是 2，已知 $(f(x))^2$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $5x+3$，而 $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 $x+1$，則 $f(x)+g(x)=$

$\boxed{13}$ 令 $f(x)=g(x)+Ax+B$，

$f^2(x)=g(x)Q_1(x)+\underline{A^2x^2+2ABx+B^2} \to =g(x)\cdot\frac{A^2}{2}+5x+3$

$g^2(x)=f(x)Q_2(x)+\underline{A^2x^2+2ABx+B^2} \to =f(x)\cdot\frac{A^2}{2}+x+1$

$\Rightarrow \frac{A^2}{2}(f(x)-g(x))=\frac{A^2}{2}(Ax+B)=4x+2 \Rightarrow \begin{matrix}A=2\\B=1\end{matrix}$

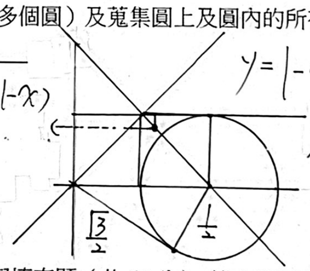
$\Rightarrow 4x^2+4x+1=g(x)\cdot2+5x+3$

$\Rightarrow g(x)=2x^2-\frac12x-1 \Rightarrow f(x)+g(x)=4x^2+x-1$

14. 坐標平面上，設點 $O(0,0)$、$A(1,0)$、$B(0,1)$，對於所有在△OAB 內部及邊界上的點 $P(x,y)$：若 $|x-y|>0$，則以 P 為圓心，$\frac12|x-y|$ 為半徑作一圓，並蒐集圓上及圓內的所有點；若 $|x-y|=0$，則僅蒐集此點 P。對於所有在△OAB 內部及邊界上的點 P 都進行上述作圓（有無限多個圓）及蒐集圓上及圓內的所有點，令 R 為所有被蒐集到的點所形成的區域，則區域 R 的面積為______

$\frac{18+6\sqrt3+7\pi}{24}$

$(x,1-x)$



$y=1-x+\frac12|x-(1-x)|=\frac12$

$y=\frac12$

$\Rightarrow(\frac{\sqrt3}{8}+\frac12\cdot\frac14\cdot\frac76\pi+\frac38)\cdot2$

$=\frac{18+6\sqrt3+7\pi}{24}$

二、計算題：16 分(第 1 題 10 分，第 2 題 6 分)

0.575 1. 高一某班共 35 人，某次數學考試含選擇題（共 40 分）與填充題（共 60 分），設全班選擇題與填充題分數的算術平均數分別為 30 分、35 分，標準差分別為 4 分、5 分。已知全班每人數學考試總分的標準差為 8 分，試求選擇題與填充題的相關係數。

$Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)+2Cov(X,Y) \Rightarrow 64=16+25+2r\cdot4\cdot5 \Rightarrow r=\frac{23}{40}$

12π 2. 坐標平面上，有一橢圓 Γ_1：$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$。以原點 $O(0,0)$ 為中心，將橢圓 Γ_1 逆時針旋轉 $\frac{\pi}{3}$ 後，得橢圓 Γ_2：$43x^2+14\sqrt3xy+57y^2=576$，試求橢圓 Γ_1 的面積。

$A+C=a+c=100$

$A-C=\pm\sqrt{b^2+(a-c)^2}=28$

易知同號

$\Rightarrow$ $A=64$, $C=36$, $F=f$

$\Rightarrow 64x^2+36y^2=576 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{576}{64}}+\frac{y^2}{\frac{576}{36}}=1$

$\pi ab=\pi\cdot\frac{24\cdot24}{8\cdot6}=12\pi$