

# 國立馬祖高級中學114學年度第2次專任教師甄試 數學科 試題卷

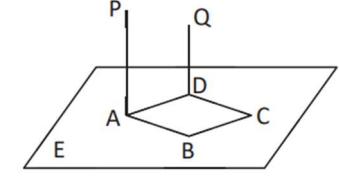
## 單選題

1. 設  $a, b$  均為正整數，滿足絕對值不等式  $\begin{cases} |x - 6| \leq a \\ |x + 2| > b \end{cases}$  的整數  $x$  共有 16 個，試問  $a + b$  之值為何？  
(1) 9    (2) 10    (3) 11    (4) 12    (5) 13
2. 某連鎖店研發一款底面為矩形的四角柱水杯（無握柄）當作紀念品贈送，此水杯高度為 12 公分，最大容量為 588 ml（把水杯裝滿的情況下），若在杯壁厚度忽略不計的情況下，底面和側邊四個面的表面積總和要最小。試問下列選項何者是此表面積總和的最小值？（單位：平方公分）  
(1) 217    (2) 336    (3) 385    (4) 400    (5) 434
3. 座標平面上，已知圓  $C$  是直線  $L_1: 4x + 3y = 12$  與兩座標軸所圍成  $\Delta$  的內切圓，今有直線  $L_2$  與  $L_1$  平行且與圓  $C$  相切，若  $L_2$  方程式為  $4x + 3y = k$ ，試問  $k$  之值為何？  
(1) 5    (2) 4    (3) 3    (4) 2    (5) 1
4. 平面上直角  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 4\sqrt{3}$ 。若分別以  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  為底邊在  $\triangle ABC$  的外部作頂角等於  $120^\circ$  的等腰三角形  $\triangle MAB$  與  $\triangle NAC$ ，試問線段  $\overline{MN}$  長度為何？  
(1)  $2\sqrt{7}$     (2)  $2\sqrt{10}$     (3)  $4\sqrt{3}$     (4)  $4\sqrt{7}$     (5)  $4\sqrt{10}$
5. 從 1 到 20 的 20 個整數中，取出相異的 3 個數  $a, b, c$ ，使滿足條件  $a < b < c$  且  $b - a \geq 3$  且  $c - b \geq 4$ ，試問  $(a, b, c)$  的取法數是下列哪一個選項？  
(1) 495    (2) 455    (3) 410    (4) 365    (5) 320
6. 設  $f(x)$  為三次多項式，已知  $f(-1) = f(2) = -3$ ，且局部看  $y = f(x)$  的圖形在  $x = -1$  附近為近似直線  $y = -3$ 。若將  $y = f(x)$  的圖形向左平移 4 單位，再向上平移  $k$  單位，則此時  $y = f(x) \geq 0$  的解為  $x = \alpha$  或  $x > \beta$ 。試問  $k + \alpha - \beta$  之值為何？  
(1) 6    (2) -6    (3) 4    (4) -4    (5) 0
7. 座標平面上，圓  $C_1: x^2 + y^2 = 4$  與兩座標軸交於 4 點，圓  $C_2: x^2 + y^2 = 2$  與  $x - y = 0$  交於 2 點，圓  $C_2$  與  $x + y = 0$  交於 2 點。試問這 8 個點共可決定不同的直線數及不同的三角形數之總和？  
(1) 72    (2) 70    (3) 68    (4) 66    (5) 64
8. 有一實數數列  $\langle a_n \rangle$ ，其中  $a_n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{6})$ ， $n$  為正整數，試問  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^n$  之值為何？  
(1)  $-\frac{1}{3}$     (2)  $\frac{1}{3}$     (3)  $3 - 2\sqrt{3}$     (4)  $3 + 2\sqrt{3}$     (5) 0
9. 一箱內有  $n$  顆球 ( $n > 3$ )，其中藍球 1 顆、白球 2 顆、其餘均為綠球。取得球之計分如下：每顆藍球  $2n$  分、每顆白球  $n$  分、每顆綠球 1 分。今從箱內同時隨機抽取 2 球，若所得分數的期望值  $E_n$  為整數，試問  $n + E_n$  之值為何？  
(1) 10    (2) 12    (3) 15    (4) 17    (5) 20
10. 將第 10 個費馬數以科學記號表示，即  $2^{2^{10}} + 1 = a \times 10^m$ ，其中  $1 \leq a < 10$  且  $m$  為整數，可據以得知此費馬數為  $n$  位整數，又若  $a$  的整數部分為  $b$ ，試問  $m + n + b$  之值為何？  
(1) 310    (2) 312    (3) 616    (4) 617    (5) 618
11. 設  $0 \leq a \leq 30$ ，若直線  $x = a$  與函數  $y = f(x) = \sin(\pi x)$  及函數  $y = g(x) = \cos(\pi x)$  圖形分別交於  $P, Q$  兩點，試問滿足  $\overline{PQ} = 1$  之所有可能  $a$  值之總和？  
(1) 61    (2) 122    (3) 245    (4) 410    (5) 915

12. 座標平面上兩定點  $O(0,0)$ 、 $Q(4,3)$  及動點  $P$  在圓  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  上，若當  $P$  點座標為  $(a,b)$  時， $\triangle OPQ$  的面積有最大值  $m$ ，試問  $m+2a-b$  之值為何？  
 (1) 17    (2) 16    (3) 15    (4) 14    (5) 12

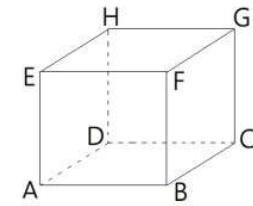
13. 座標平面上有  $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$  兩非零向量，若向量  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ ，且  $\overrightarrow{AD}$  在  $\overrightarrow{AB}$  上的正射影為  $\frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AB}$  上的正射影為  $k \cdot \overrightarrow{AB}$ ，四邊形  $ABDC$  面積為  $\triangle ABC$  面積的  $h$  倍，試問  $4k+2h$  之值為何？  
 (1) 6    (2) 7    (3) 8    (4) 9    (5) 10

14. 如右圖，平面  $E$  上有一矩形  $ABCD$ ，平面  $E$  外有  $P$ 、 $Q$  兩點，滿足  $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{AB}$ 、  
 $\overrightarrow{DQ} \perp \overrightarrow{DA}$ 。則在下列 5 個選項中：(A) 向量  $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AB} = 0$     (B)  $\overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{BC}$   
 (C)  $\overrightarrow{DB} \perp \overrightarrow{DQ}$     (D)  $\overrightarrow{AP} // \overrightarrow{DQ}$     (E) 向量  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{PD}$ ，試問正確的有幾個？  
 (1) 1    (2) 2    (3) 3    (4) 4    (5) 5



15. 如右圖，正六面體  $ABCD-EFGH$ ，若直線  $\overrightarrow{FG} : \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-2}{-1}$  、

直線  $\overrightarrow{DH} : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{a} = \frac{z-12}{-4}$ ，試問此正六面體的邊長長度為何？



- (1)  $\sqrt{2}$     (2)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$     (3)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$     (4)  $3\sqrt{2}$     (5)  $3\sqrt{3}$

16. 設有一虛部不為零的複數  $z$ ，其長度為 2 (即  $|z|=2$ )，且在複數平面上與  $-2$  及  $z^2$  剛好在同一直線上，與  $1$  及  $z^3$  也同在另一直線上，試問以  $z$ 、 $z^2$ 、 $z^3$  所圍成三角形面積為何？

- (1)  $4\sqrt{15}$     (2)  $\frac{9\sqrt{15}}{2}$     (3)  $6\sqrt{15}$     (4)  $\frac{13\sqrt{15}}{2}$     (5)  $8\sqrt{15}$

17. 某人種植甲水果  $x$  單位及乙水果  $y$  單位，收成後甲水果每單位可獲利 7 萬元，乙水果每單位可獲利 6 萬元。在滿足下列四條件下： $x$  不超過 15 、 $x+y$  不超過 24 、 $x$  不超過  $y$  的 3 倍、 $y$  不超過  $x$  的 2 倍，試問可獲利最大多少萬元？

- (1) 125    (2) 152    (3) 153    (4) 159    (5) 160

18. 已知線性變換矩陣  $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ，若直線  $x+2y=3$  經過  $T$  變換後成為直線  $L$ ， $L$  的方程式為  $ax+by=3$ ，試問  $a-b$  之值為何？

- (1) 7    (2) 6    (3) 5    (4) 4    (5) 3

19. 設函數  $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 6$  且  $0 < a \leq 2$ ，令此函數在區間  $0 \leq x \leq t$  的最小值為  $S(t)$ ，試問下列何者是  $\int_0^2 S(t)dt$  的最小值。

- (1) 4    (2) 4.5    (3) 5    (4) 5.5    (5) 6

20. 已知  $A = \{(x,y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$ ， $B = \{(x,y) | ax \leq y^2\}$ ， $C = A \cap B$ ，若將圖形  $C$  繞  $x$  軸旋轉得一立體的體積為  $\frac{9}{16}\pi$ ，試問  $a$  之值為何？

- (1)  $\frac{1}{4}$     (2)  $\frac{1}{2}$     (3)  $\frac{3}{4}$     (4) 1    (5)  $\frac{3}{2}$

21. 等差數列  $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$  公差均不為 0，已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 5$ ，試問  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1+a_2+a_3+\dots+a_n}{n \cdot b_{2n}}$  之值？

- (1)  $\frac{5}{6}$     (2) 1    (3)  $\frac{5}{4}$     (4)  $\frac{5}{3}$     (5)  $\frac{5}{2}$

22. 有甲乙兩個袋子，甲袋中有 3 白球 2 紅球，乙袋中有 1 白球 2 紅球，今隨機任選一袋，再由袋中隨機取出 2 球，若在取出 2 球為 1 白球 1 紅球的條件下，試問此 2 球來自甲袋的機率為何？
- (1)  $\frac{19}{30}$       (2)  $\frac{9}{19}$       (3)  $\frac{8}{15}$       (4)  $\frac{5}{8}$       (5)  $\frac{3}{10}$
23. 平面上有一  $\triangle ABC$ ，已知向量  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{AC}$  的內積為 20， $\overrightarrow{BC}$  與  $\overrightarrow{AC}$  的內積為 5，試問  $\overrightarrow{AC}$  長度？
- (1) 5      (2)  $2\sqrt{5}$       (3) 4      (4)  $\sqrt{15}$       (5)  $2\sqrt{3}$
24. 矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix}$  的行列式值  $\det A = \frac{1}{2}$ ，其中  $a, b, c$  均為實數。試問行列式  $\det(A - A^{-1})$  之值為下列哪個選項？
- (1) 0      (2)  $\frac{3}{2}$       (3) 2      (4)  $\frac{9}{2}$       (5) 5
25. 設  $a, b$  為實數(其中  $a > 0$ )，若多項式  $ax^2 + (2a + b)x - 12$  除以  $x^2 + (2 - a)x - 2a$  所得餘式為 6，試問  $a - b$  之值為下列哪個選項？
- (1) -12      (2) -9      (3) -6      (4) 3      (5) 12

## 國立馬祖高級中學114學年度第2次專任教師甄試 數學科 參考答案

### 單選題

1	(2)	2	(3)	3	(4)	4	(4)	5	(2)
6	(5)	7	(1)	8	(1)	9	(3)	10	(5)
11	(5)	12	(2)	13	(4)	14	(1)	15	(3)
16	(3)	17	(4)	18	(5)	19	(1)	20	(2)
21	(3)	22	(2)	23	(1)	24	(4)	25	(5)