

國立馬祖高級中學 114 學年度第 1 次專任教師甄選

初試試題卷-數學科

—作答注意事項—

考試時間： 70 分鐘

作答方式：

- 答案卷限用藍色或黑色原子筆或鋼筆書寫，更正時，可以使用修正帶（液）。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。

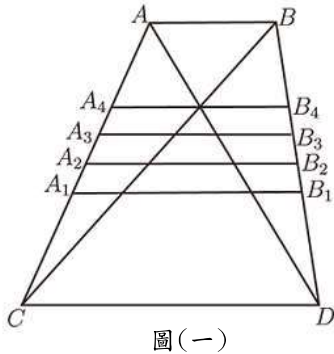
選擇題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

國立馬祖高級中學 114 學年度第 1 次正式教師甄試 數學科 試題卷

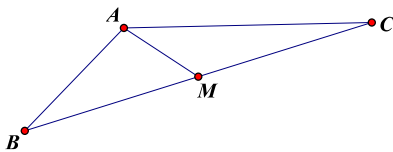
單選題（一題 3 分，共 75 分）

- 若整式 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式是 $5x+1$ ，除以 $(x-2)^2$ 的餘式是 $6x+1$ 。則 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2(x-2)$ 的餘式為下列何者？
(A) $2x^2+x+3$ (B) $2x^2+x-1$ (C) x^2+2x+3 (D) x^2-x+1 (E) x^2+x+1 。
- 如附圖(一)，梯形 $ABDC$ 的上底 $\overline{AB} = a$ ，下底 $\overline{CD} = b$ ，且截線段 $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_2B_2}$ 、 $\overline{A_3B_3}$ 、 $\overline{A_4B_4}$ 皆平行梯形的上下底，其中截線段 $\overline{A_4B_4}$ 正好通過梯形對角線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 的交點，則 $\overline{A_4B_4} = ?$
(A) $\frac{a+b}{2}$ (B) $\sqrt{ab}$ (C) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ (D) $\frac{2ab}{a+b}$ (E) $\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}}$ 。



圖(一)

- 若 $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} = 4$ ， $x = a + 3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}$ ， $y = b + 3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$ ，則 $(x+y)^{\frac{2}{3}} + (x-y)^{\frac{2}{3}}$ 的值為何？
(A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 16 (E) 24。
- 設 a 、 b 同號，且 $a^2 - 2ab - 9b^2 = 0$ ，求下式： $\log(a^2 + ab - 6b^2) - \log(a^2 + 4ab + 15b^2)$ 的值為何？
(A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $-\frac{1}{2}$ 。
- 若 $\frac{z}{z-1}$ 為純虛數，試問當 z 變動時，它的圖形將是怎樣的曲線？
(A) 圓 (B) 橢圓 (C) 雙曲線 (D) 拋物線 (E) 一直線。
- 將五個字母 A、B、C、D、E 任意排成一列，試問：A 在 B 的右邊，同時 C 在 D 的右邊之機率為何？
(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$ 。
- 已知 $\triangle ABC$ 中 $\frac{7}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{13}{\sin C}$ ，試求 $\angle C = ?$
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120° (E) 150° 。
- 如附圖(三)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 135^\circ$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\angle B = 2\angle C$ ，試求過 A 的中線 $\overline{AM}$ 之長度為何？
(A) $2\sqrt{3} - 2$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (E) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ 。



圖(三)

9. 若 $p = \frac{1}{3}$ ，則 $\sum_{k=1}^{\infty} kp^k = p + 2p^2 + 3p^3 + \cdots$ 之值為何？

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$ 。

10. 已知 $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{101} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d + e + f + g + h + i = ?$

- (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3 (E) -4。

11. 設雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{4} = 1$ 與直線 L 交於 A, B 兩點，且 A, B 兩點的中點為 $M(5, 1)$ ，則直線 L 的方程式為何？

- (A) $y = 4x - 19$ (B) $y = 3x - 14$ (C) $y = 2x - 9$ (D) $y = x - 4$ (E) $y = -x + 6$ 。

12. 在空間中，平面 $\pi: 2x + y + z = 5$ ， $A(3, 1, 4), B(8, 5, -4)$ ，欲在平面 π 上取一點 C ，使 $\overline{CA} + \overline{CB}$ 為最小，則點 C 坐標為何？

- (A) $(1, -2, 5)$ (B) $(2, -1, 2)$ (C) $(1, 2, 1)$ (D) $(2, 1, 0)$ (E) $(2, 3, -2)$ 。

13. 已知方程式 $x^3 - 7x^2 + cx - 8 = 0$ 的三根成等比數列，則 c 之值為何？

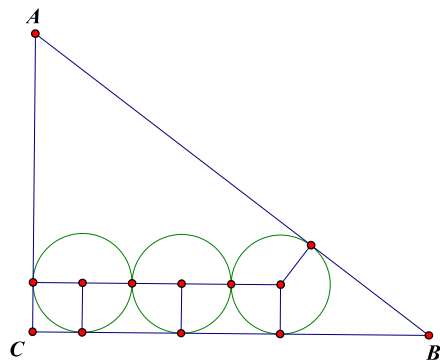
- (A) 16 (B) 14 (C) 12 (D) 10 (E) 8。

14. 試求 $\sqrt{6 + 2\sqrt{7 + 3\sqrt{8 + 4\sqrt{9 + 5\sqrt{\cdots}}}}}$ 之值為何？

- (A) 12 (B) 8 (C) 6 (D) 4 (E) 2。

15. 如附圖(五)，在直角 $\triangle ABC$ 中，兩直角邊 $\overline{AC} = 30, \overline{BC} = 40$ ，在 $\triangle ABC$ 內作一排三個等圓都切於 $\overline{BC}$ ，並且一端的圓切於 $\overline{AB}$ ，另一端的圓切於 $\overline{AC}$ ，中間的圓切於兩端的圓，則等圓的半徑為何？

- (A) 6 (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{5}$ (E) 5。



圖(五)

16. 考慮實數二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$ ，試問 $c + 2b$ 的值為何？

- (A) -11 (B) -4 (C) 1 (D) 10 (E) 11

17. 坐標平面上， $P(a, 0)$ 為 x 軸上一點，其中 $a > 0$ 。令 L_1, L_2 為通過 P 點，斜率分別為 $-\frac{4}{3}, -\frac{3}{2}$ 的直線。已知 L_1, L_2 分別與兩坐標軸圍成的兩個直角三角形的面積差為 6，試問 a 值為何？

- (A) $3\sqrt{2}$ (B) 6 (C) $6\sqrt{2}$ (D) 9 (E) $8\sqrt{2}$

18. 設 a_1, a_2, a_3, a_4 是首項為 10、公比是 10 的等比數列。令 $b = \sum_{n=1}^3 \log_{a_n} a_{n+1}$ ，試選出正確的選項。

- (A) $2 < b \leq 3$ (B) $3 < b \leq 4$ (C) $4 < b \leq 5$ (D) $5 < b \leq 6$ (E) $6 < b \leq 7$

19. 袋子裡有編號分別為 $1, 2, \dots, 100$ 的 100 顆球，某甲從袋中隨機抽取一球，每顆球被抽到的機率均相等。試問在下列哪個選項的條件下，某甲抽到 7 號球的條件機率最大？

- (A) 某甲抽到球的號碼是奇數 (B) 某甲抽到球的號碼是質數 (C) 某甲抽到球的號碼是 7 的倍數
(D) 某甲抽到球的號碼不是 2, 3, 5 的倍數 (E) 某甲抽到球的號碼不大於 15

20. 坐標空間中，考慮邊長為 1 的正立方體，固定一頂點 O 。從 O 以外的七個頂點隨機選取相異兩點，設此兩點為 P, Q ，試問所得向量 $\overrightarrow{OP}$ 與 $\overrightarrow{OQ}$ 的內積，期望值為下列哪一個選項？

- (A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{5}{7}$ (C) $\frac{6}{7}$ (D) 1 (E) $\frac{8}{7}$

21. 某校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B ，在這些學生中只報考數學 A 的學生占全體高三學生的 $\frac{2}{5}$ 。報考數學 A 的學生中有 $\frac{1}{2}$ 的學生同時也報考數學 B 。試問只報考數學 B 的學生在該校所有報考數學 B 的學生中所占的比例是下列哪一個選項？

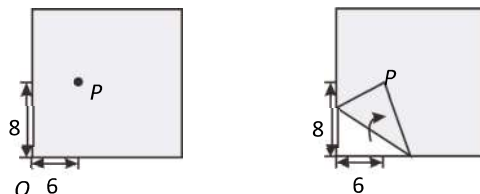
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{10}$ (E) $\frac{3}{5}$

22. 設二次函數 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中 b, c 為實數。已知 $f(x-2) = f(-x-2)$ 對任意實數 x 均成立，且 $-3 \leq x \leq 1$ 時， $f(x)$ 的最大值會是最小值的 4 倍，試問 $f(x)$ 的最小值是下列哪一個選項？

- (A) 0 (B) $\frac{5}{3}$ (C) 3 (D) 4 (E) 6

23. 正方形紙張上有一點 P ， P 點距離紙張左邊界 6 公分，距離下邊界 8 公分。今將紙張的左下角 O 點往內摺至 P 點，如圖所示。試問摺進去的三角形面積為何？（單位：平方公分）

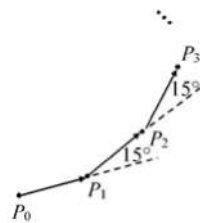
- (A) $\frac{625}{12}$ (B) $\frac{625}{24}$ (C) $\frac{625}{32}$ (D) $\frac{625}{36}$ (E) $\frac{625}{48}$



24. 如圖所示，平面上有一點 P_0 先朝某方向前進 2 個單位長到達點 P_1 後，依前進方向左轉 15 度；朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_2 後，然後再依前進方向左轉 15 度；再朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_3 後，... 依此類推。

試問向量 $\overrightarrow{P_2P_3}$ 與 $\overrightarrow{P_5P_6}$ 的內積之值為何？

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $5\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) $4\sqrt{10}$



25. 坐標空間中有三個彼此互相垂直之向量 $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ 。已知 $\vec{u} - \vec{v} = (2, -1, 0)$ ，且

$\vec{v} - \vec{w} = (-1, 2, 3)$ 。試問由 $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ 所張出的平行六面體之體積為何？

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $5\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) $4\sqrt{5}$ (E) $4\sqrt{10}$