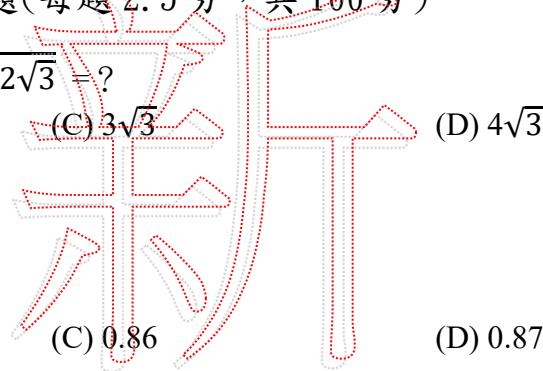


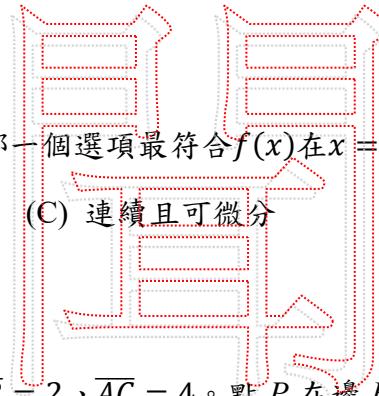
臺南市 114 學年度市立國民中學正式教師聯合甄選 數學專門科目 試題

以下題目共 40 題，為四選一單選選擇題(每題 2.5 分，共 100 分)

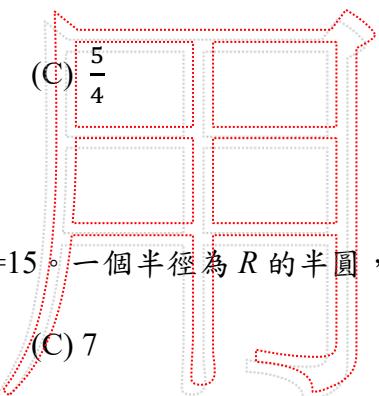
1. 化簡  $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = ?$
- (A) 3      (B) 4      (C)  $3\sqrt{3}$       (D)  $4\sqrt{3}$



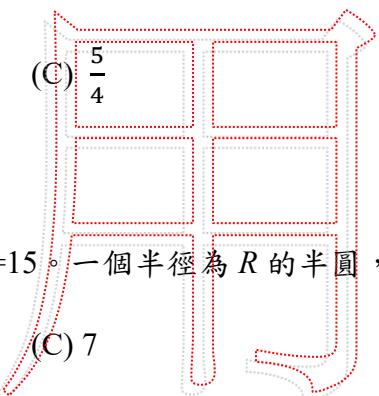
2. 估算  $0.997^{50}$  到小數點後兩位 = ?
- (A) 0.84      (B) 0.85      (C) 0.86      (D) 0.87



3. 令函數  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1}, & \text{若 } x < 0 \\ x + 1, & \text{若 } x \geq 0 \end{cases}$ ，下列哪一個選項最符合  $f(x)$  在  $x = 0$  時的敘述？
- (A) 不連續      (B) 連續但不可微分      (C) 連續且可微分      (D) 不連續且不可微分



4. 在直角三角形  $ABC$  中，直角在  $A$  點且  $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{AC} = 4$ 。點  $P$  在邊  $BC$  上，它是  $\angle BAC$  的角平分線與邊  $BC$  交點。求點  $P$  到邊  $AC$  的距離？
- (A)  $\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{4}{3}$       (C)  $\frac{5}{4}$       (D)  $\frac{3}{5}$



5. 三角形  $ABC$  滿足  $\overline{AB}=13$ 、 $\overline{AC}=14$  和  $\overline{BC}=15$ 。一個半徑為  $R$  的半圓，其圓心在邊  $BC$  上，並且與邊  $AB$  和  $AC$  相切。計算  $R$  的值最靠近下列哪個整數？

- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 8



6. 令  $k$  為自然數，求  $10^k$  除以 13 的餘數有多少種？
- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7



7. 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = ?$

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 1      (D) 2



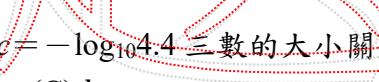
8. 設  $r_1$ 、 $r_2$  是  $2 - 2\sqrt{3}i$  的兩個平方根，求  $r_1 - r_2$  可能是？

- (A)  $-2\sqrt{3} + 2i$       (B)  $2\sqrt{3} + 2i$       (C) 0      (D) 2



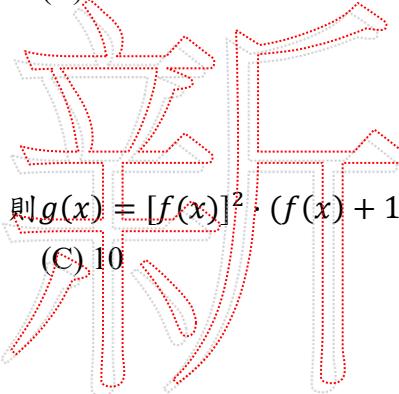
9. 下列有關  $a = -\log_{10}14.4$ ， $b = -\log_{10}0.4$ ， $c = -\log_{10}4.4$  三數的大小關係，試選出正確的選項。

- (A)  $a > b > c$       (B)  $a > c > b$       (C)  $b > a > c$       (D)  $b > c > a$



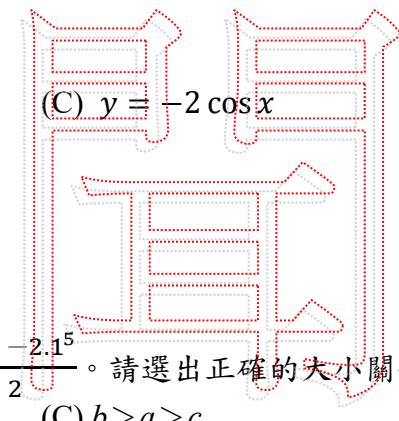
10. 若  $a = 9^{\frac{1}{3}}$ 、 $b = 25^{\frac{1}{4}}$ 、 $c = 79^{\frac{1}{6}}$ ，試選出  $a$ ， $b$ ， $c$  的大小關係。

- (A)  $c < b < a$       (B)  $a < b < c$       (C)  $b < c < a$       (D)  $c < a < b$



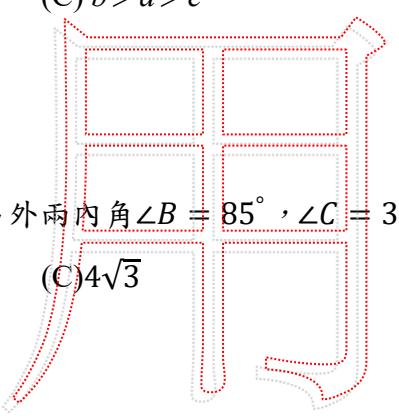
11. 已知多項式  $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + \frac{1}{2}x + 1$ ，則  $g(x) = [f(x)]^2 \cdot (f(x) + 1)$  的次數為何？

- (A) 8      (B) 9      (C) 10      (D) 12



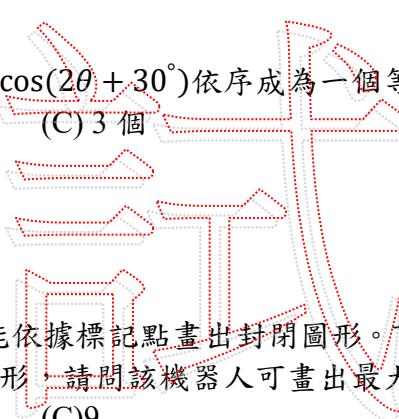
12. 下列各函數圖形中，何者週期最小？

- (A)  $y = \cos \frac{x}{2}$       (B)  $y = \sin 3x$       (C)  $y = -2 \cos x$       (D)  $y = \cos x + |\cos x|$



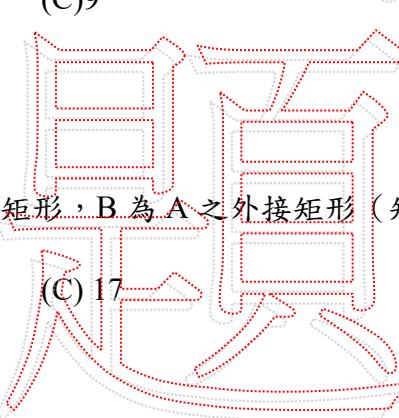
14.  $\triangle ABC$  中，邊長  $BC = 12$ ，且三角形的另外兩內角  $\angle B = 85^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，求此三角形的外接圓半徑為何？

- (A) 6      (B) 12      (C)  $4\sqrt{3}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$



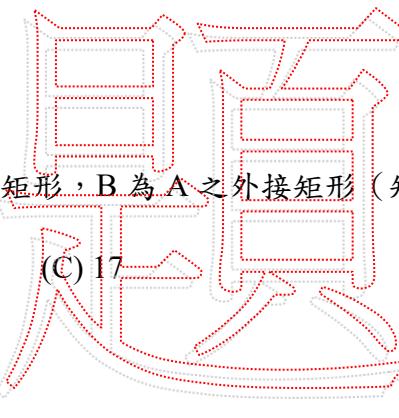
15. 已知三角函數值  $\cos(2\theta - 30^\circ)$ ,  $\cos(2\theta)$ ,  $\cos(2\theta + 30^\circ)$  依序成為一個等差數列，試問  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  時有幾個不同的解？

- (A) 1 個      (B) 2 個      (C) 3 個      (D) 4 個



16. 某研究團隊設計一台小型繪圖機器人，能依據標記點畫出封閉圖形。下列是地面上記錄的四個標記點： $(0, 0)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(4, -1)$ 、 $(1, -3)$ 。若任選三點組成一個三角形，請問該機器人可畫出最大的三角形面積是多少？

- (A) 7      (B) 8      (C) 9      (D) 10



17. 如圖（一），A 為長和寬分別為 4 和 2 的矩形，B 為 A 之外接矩形（矩形 A 的四個頂點位於矩形 B 的邊上），則矩形 B 最大面積為何？

- (A) 15      (B) 16      (C) 17      (D) 18

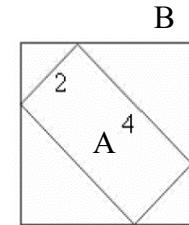


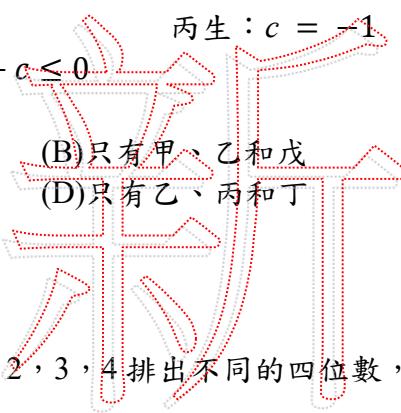
圖 (一)

18. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數，若二次函數  $f(x)=ax^2+bx+c$  的圖形通過  $(0, -1)$  且與  $x$  軸相切。有關此二次函數各項係數的性質或關係，五位學生提出說明如下：

- 甲生： $a < 0$       乙生： $b > 0$   
 丁生： $b^2 + 4ac = 0$       戊生： $a + b + c \leq 0$

請問：以上誰的說明正確？

- (A) 只有甲、乙和丁  
 (C) 只有甲、丙和戊

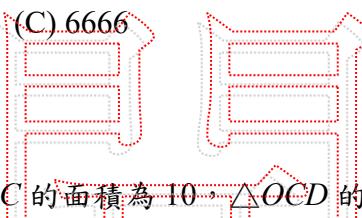


- (B) 只有甲、乙和戊  
 (D) 只有乙、丙和丁

19. 「排數卡•算總和」。小明利用數字卡  $1, 2, 3, 4$  排出不同的四位數，並將所有組成的四位數相加，求得總和。若將總和以 5 除之，求其商為何？

- (A) 2      (B) 4

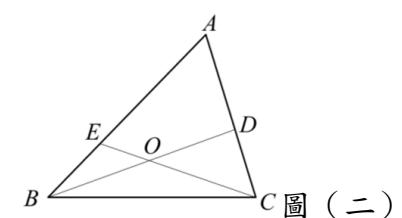
- (C) 6666      (D) 13332



20. 如圖（二），若  $\triangle OBE$  的面積為 5， $\triangle OBC$  的面積為 10， $\triangle OCD$  的面積為 8，試求四邊形  $AEOD$  的面積為何？

- (A) 20      (B) 21

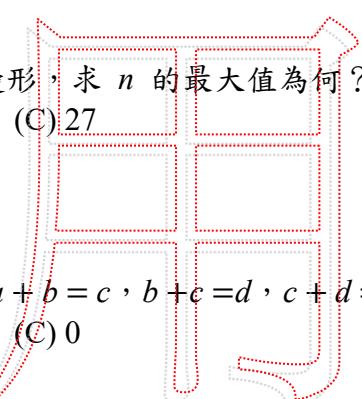
- (C) 22      (D) 24



21. 所有內角的度數皆為相異正整數的凸  $n$  邊形，求  $n$  的最大值為何？

- (A) 25      (B) 26

- (C) 27      (D) 28



22. 若  $a$ 、 $c$ 、 $d$  為整數， $b$  為正整數，且滿足  $a+b=c$ ， $b+c=d$ ， $c+d=a$ 。求  $a+b+c+d$  的最大值為何？

- (A) -5      (B) -1

- (C) 0      (D) 1



23. 若  $25^x=2000$ ， $80^y=2000$ ，求  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  之值為何？

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B) 1

- (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 2



24. 數學上著名的「費波那契數列」(Fibonacci Sequence)是以義大利數學家 Leonardo Pisano 的暱稱 Fibonacci 命名，它是由一連串數字組成，其中，每個數字等於前兩個數字的和 ( $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ )。大雄仿照「費波那契數列」的部分規則，寫了一個滿足「 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ，其中  $n \geq 3$ ，且  $a_5 = 59$ 」的整數遞增數列  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 。請問： $a_1$  最大可能值為何？

- (A) 7      (B) 10

- (C) 11      (D) 12



25. 若  $(a, b)$  為對數函數  $y = \log_2 x$  圖形上的一點，則下列選項何者正確？

- (A)  $(a-1, b)$  為函數  $y = \log_2(x-1)$  圖形上的一點  
 (B)  $(b+1, a)$  為函數  $y = 2^{x+1}$  圖形上的一點  
 (C)  $(2a, b)$  為函數  $y = (\log_2 x) - 1$  圖形上的一點  
 (D)  $(b^{-1}, a)$  為函數  $y = 2^{-x}$  圖形上的一點



26. 已知聯立不等式  $\begin{cases} ax + by + b \geq 0 \\ 2x + y + c \leq 0 \\ dx + ey + f \geq 0 \end{cases}$  之解的範圍為下圖(三)灰色三角形區域，則下列選項何者正確？

(A)  $a > 0$

(B)  $b > 0$

(C)  $c > 0$

(D)  $de > 0$

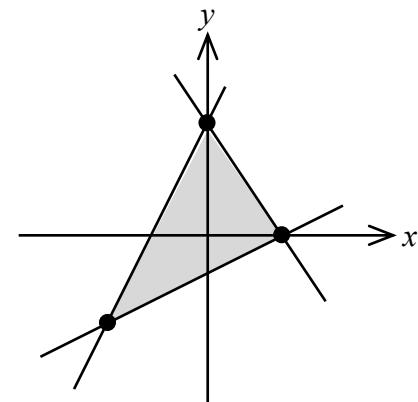
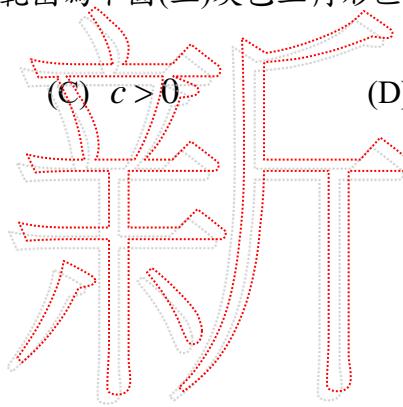


圖 (三)

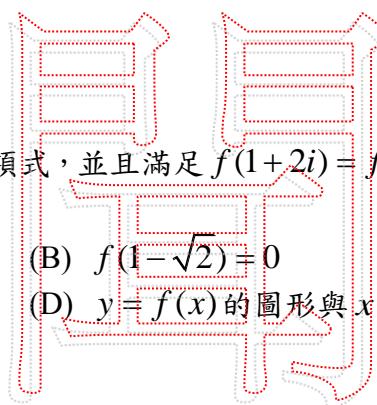
27. 設  $f(x)$  為首項係數為正的三次實係數多項式，並且滿足  $f(1+2i) = f(1+\sqrt{2}) = 0$ ，其中  $i = \sqrt{-1}$ ，則下列選項中的敘述，何者正確？

(A)  $f(0) < 0$

(C)  $f(x) = 3$  沒有實數解

(B)  $f(1-\sqrt{2}) = 0$

(D)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸至少有 2 個交點



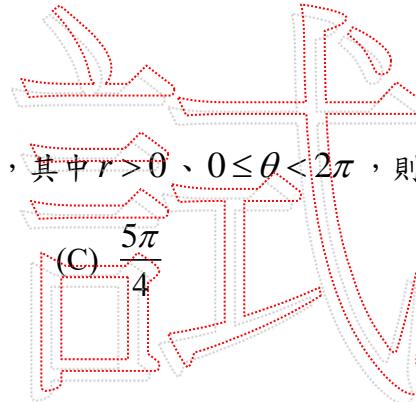
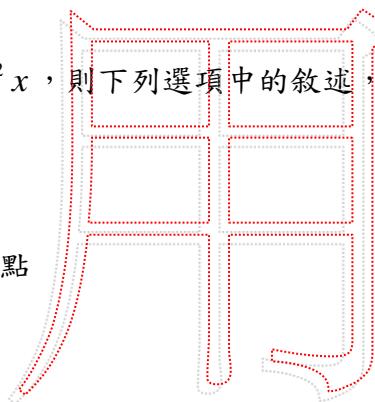
28. 設函數  $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2\cos^2 x$ ，則下列選項中的敘述，何者正確？

(A)  $f(x)$  是週期函數且週期為  $2\pi$

(B)  $f(x)$  的振幅是  $\frac{1}{2}$

(C)  $y = f(x)$  的圖形和  $x$  軸有無限多個交點

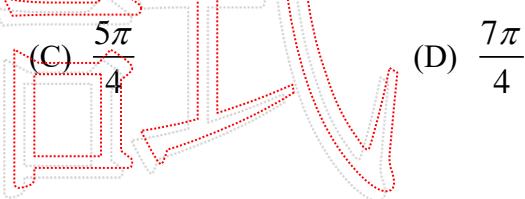
(D)  $f(x)$  的最大值是  $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$



29. 設複數  $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{69} + 1 = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，其中  $r > 0$ 、 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則  $\theta$  之值為何？

(A)  $\frac{\pi}{4}$

(B)  $\frac{3\pi}{4}$



(C)  $\frac{5\pi}{4}$

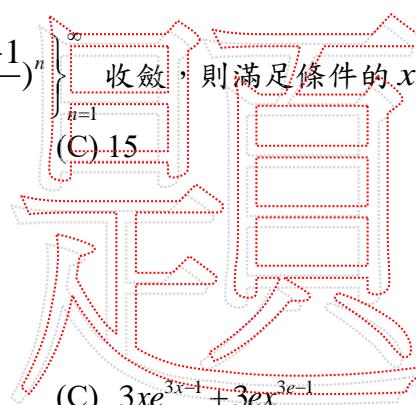
(D)  $\frac{7\pi}{4}$

30. 設  $x$  為整數，且無窮數列  $\left\{ (x^2 - 81)(\frac{x-1}{7})^n \right\}_{n=1}^{\infty}$  收斂，則滿足條件的  $x$  有幾個？

(A) 13

(B) 14

(D) 16



31. 設  $f(x) = e^{3x} + x^{3e}$ ，則  $f'(x) = ?$

(A)  $3e^{3x} + 3ex^{3e-1}$

(B)  $e^{3x} + 3ex^{3e-1}$

(C)  $3xe^{3x-1} + 3ex^{3e-1}$

(D)  $3e^{3x} + 3x^{3e}$

32. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3a+4c & 3b+4d \\ 5a & 5b \end{bmatrix}$  且  $\det(A) = 6$ ，則  $\det(B) = ?$

- (A) -2400      (B) -360

- (C) -120      (D) 120

33. 已知三條直線  $L_1 : x + (2-m)y + 3 = 0$ ,  $L_2 : x + 2y + (3-m) = 0$  和  $L_3 : (1-m)x + 2y + 3 = 0$ ，若此三直線共同交於同一點，則  $m = ?$

- (A) 3      (B) 6

- (C) 9      (D) 10

34. 已知  $A(a, b)$  為圓  $x^2 + y^2 = 1$  上的一點，試求  $\frac{25}{a^2} + \frac{4}{b^2}$  的最小值為何？

- (A) 36      (B) 40

- (C) 49      (D) 54

35. 烘焙課中，學生需從主食材區選 2 種材料（雞蛋、牛奶、麵粉、堅果、蜂蜜），並從配料區選 3 種配料（巧克力酒、蘭姆葡萄乾、草莓乾、椰子絲、香蕉片、花生醬）。其中，巧克力酒與蘭姆葡萄乾含酒精。若學生選擇的材料中同時包含「堅果」與任一含酒精配料，則會引發過敏反應。試問學生隨機選擇材料時，發生過敏的機率為何？

- (A)  $\frac{8}{25}$       (B)  $\frac{9}{25}$

- (C)  $\frac{4}{15}$       (D)  $\frac{2}{5}$

36. 快樂旅行社推出一項高額旅遊保險，旅客支付 2400 元即可投保，若在旅遊期間不幸發生意外身故，則可獲得 1200 萬元理賠金。根據統計資料顯示，旅客於旅程中發生致命意外的機率為 0.0001。試問對旅行社而言，每張保單的期望利潤為多少？

- (A) 400      (B) 800

- (C) 1200      (D) 1600

37. 整數  $9^6$  的所有正因數的乘積為何？

- (A)  $9^{18}$       (B)  $9^{27}$

- (C)  $9^{39}$       (D)  $9^{42}$

38. 試求三向量  $\vec{a} = (1, -1, 3)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, 0)$ ,  $\vec{c} = (4, -1, 4)$  所張開的平行六面體體積為何？

- (A) 6      (B) 10

- (C) 12      (D) 24

39. 試求  $\sum_{n=1}^{200} [\log_4 n] = ?$  (其中  $[x]$  表示高斯符號)

- (A) 465      (B) 489

- (C) 503      (D) 519

40. 若平面區域  $(x-2)^2 + y^2 \leq 4$  繞  $y$  軸旋轉一周後形成旋轉體，則該體積為何？

- (A)  $4\pi^2$       (B)  $8\pi^2$

- (C)  $16\pi^2$       (D)  $32\pi^2$