准考證號碼：

國立嘉義女子高級中學 114 學年度第 1 次教師甄選初試試題卷

科目：**數學科**

時間：**114/5/27(二)19：00~20：30 計 90 分鐘。**

說明：1.本試題卷共有 3 張 6 頁計有二大題試題。答案請書寫於答案紙(一張兩面)。

2.請核對本試題卷右上角准考證號碼是否正確。

3.可利用試題卷空白處書寫或計算。

4.試題卷須連同答案卷一併繳回，請勿書寫姓名。

作答說明：所有的答案請依題號填寫於答案卷上，答案卷請用黑色或藍色原子筆作答，否則不予計分。禁用計算機。試題與答案卷共7頁。

一、填充題（計 13 格，每格 6 分，共 78 分）：

1. 求 $43^{100}-43^{2}$ 除以 $43^{3}-43^{2}+43$ 的餘數為____________。

2. ΔABC 中，$\angle BAC=30^{\circ}$，$\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=6$，若 D、E 分別為 $\overline{AB}$，$\overline{AC}$ 上的動點。當 $\overline{BE}+\overline{DE}+\overline{CD}$ 有最小值時，求此時的長度比 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AE}}=$____________。

3. 平面上有三個向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ ，滿足 $\dfrac{\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}}{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}}=\dfrac{1}{2}$ 且 $\left|\overrightarrow{a}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=2$，已知 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{c}$ 的正射影長度為 $\sqrt{5}$，

求 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 的正射影長度為____________。

4. 若 $\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{2}{21} \\ 0 & \dfrac{22}{21} \end{bmatrix}^n=\begin{bmatrix} a_n & \mathrm{c}_\mathrm{n} \\ b_n & d_\mathrm{n} \end{bmatrix}$，$n\in N$，則當 n 的取值最少為____________時，c_n 開始會大於 d_n。

$(\log 2\approx 0.301$，$\log 3\approx 0.4771$，$\log 7\approx 0.8451$，$\log 11\approx 1.0414)$

5. ΔABC 中，已知 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}+2\,\overrightarrow{BC})=0$ 且 $\cos C=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$，求 $\tan A$：$\tan B$：$\tan C$ =____________。

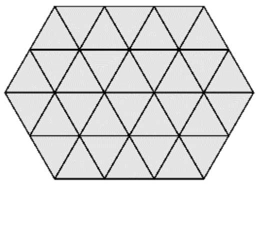
6. xy 平面上的動點 $P(a\ ,b)$，$b>a>1$，若 c 為不等於 1 的正實數，滿足 $2(\log_a c+\log_b c)=9\log_{ab} c$，

求 $\sqrt{16a^2+(4b-1)^2}+\sqrt{(4a-6)^2+(4b-11)^2}$ 的最小值為____________。

7. 設實係數多項式 $y=f(x)$ 滿足 $f(x)=\int_1^x f(t)dt-x^4-4x^3-x^2+9x+116$，且 $f(s)=8$，$f(k)=2$，

求 $s+k=$____________。

8. 下圖為正三角形所構成之圖形，試求以這些線段共可以決定____________個平行四邊形。



9. 投擲一個特殊骰子(共六個面，每面出現機率均等)，其中六個面點數分別為 1、1、2、2、3、3，試求連續投擲 9 次，其點數的算術平均數之小數點後第一位數字為 1 的機率為____________。

10. 在複數平面上，若已知$|z|=1$，試求$|z^2+z-6|$的最大值為____________。

11. 若實數 a、b 滿足$\begin{cases} a^3-6a^2+15a+2025=0 \\ b^3-15b^2+78b-2179=0 \end{cases}$，試求 $a+b$ 的值為____________。

12. 已知數列$\langle a_n \rangle$其前 n 項和$S_n = 2a_n - 3\times 2^n + 4$ (n 為正整數)，試求a_n的一般項為____________。

13. 試求$\sqrt{4x-2} = \dfrac{x^2+2}{4}$的所有實數解為____________。

二、非選擇題與證明題（計 3 題，共 22 分）：

1. 已知ΔABC中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的對邊為a、b、c $(a \neq b)$，且$\angle A = \alpha$，$\angle B = \alpha - 2\beta$；有另一個$\Delta A'B'C'$，$\angle A'$、$\angle B'$、$\angle C'$的對邊為$a'$、$b'$、$c'$，且$\angle A' = \alpha - \beta$，$\angle B' = \beta$，其中$0^\circ < 2\beta < \alpha < 180^\circ$

   試證明：$\dfrac{a'^2 + c'^2 - b'^2}{b'^2 + c'^2 - a'^2} = \dfrac{a+b}{a-b}$

   (證明題，8 分。請勿將α，β以帶入特別角的方式進行驗證)

2. 已知$x>1$，$y>1$，$z>1$且$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2$，試證$\sqrt{x+y+z}\geq\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-1}$

(證明題，8 分。)

3. 坐標空間中，考慮三個平面$E_1:x+y+z=7$、$E_2:x-y+z=3$、$E_3:x-y-z=-5$，若坐標空間中第四個平面E_4與E_1、E_2、E_3圍出一個邊長為$6\sqrt{2}$的正四面體，試求出E_4的方程式（寫成$x+ay+bz=c$的形式）

上述為 113 學年度分科測驗數學甲試題，請使用三種方法解答此題，書寫時請詳列計算過程。

(非選擇題，6 分。使用三種以上方法得 6 分，使用二種方法得 3 分，只使用一種方法或未作答不予計分)