桃園市立中壢家事商業高級中等學校　114 學年度教師甄選

【數學科】初試題目卷

一、填充題(每題 6 分，共 60 分)

1. 設數列$\{a_n\}$滿足$a_1=1$，且對每個正整數$k\geq 2$，滿足$5(a_1+a_2+\cdots+a_k)=(k+4)a_k$，則$a_{21}=$_________。

2. 正實數x滿足$(\log_2 x)(\log_4 x)(\log_6 x)=(\log_2 x)(\log_4 x)+(\log_2 x)(\log_6 x)+(\log_4 x)(\log_6 x)$，則$x=$_________。

3. 設n為正整數，定義$n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times 3\times 2\times 1$。試問 $10!\times 9!\times 8!\times\cdots\times 3!\times 2!\times 1!$的正因數中是完全平方數的共有_________個。

4. 有一多項式$f(x)$，若$f(x)$除以$(x-1)^2$餘$3x+2$，則$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3f(1)-f(x^2)}{x-1}=$_________。

5. 已知G為ΔABC的重心，$\overline{BC}=10$，$\overline{AG}=4$，$\angle BGC=\dfrac{3\pi}{4}$，則$\Delta ABC$的面積為_________平方單位。

6. 若n為自然數，則$C_2^2+C_2^4+C_2^6+\cdots+C_2^{2n}=$_________。(請以$n$的形式表示)

7. $\lim\limits_{n\to\infty}[(n^3+2n^2+3)^{\frac{1}{3}}-(n^2+5)^{\frac{1}{2}}]=$_________。

8. 若x為正整數且滿足$2^x=x^{32}$ 則$x=$_________。

9. 求 2^{2025}的十位數為_________。

10. 若n為自然數且滿足$n!=23n^3-64n^2+41n$，這裡$n!$代表n的階乘數，求$n=$_________。

二、計算證明題(每題 10 分，共 40 分)

1. 求$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{4^n}$之值。

2. 設a, b, c, d, e是滿足$a + 2b + 3c + d + e = 8$，$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16$的實數，求$e$的最大值。

3. (1) ΔABC 中，$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$，則$\cos A =$? (5分)

   (2) ΔABC 中，$2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$，則$\cos A =$? (5分)

4. 直角坐標系中，已知有一圓方程式為 $x^2 + y^2 = 37$，且圓的內部有一點 $P(1,2)$，

   (1)若 P點為圓的某弦的中點，試求此弦所在的直線方程式。(5 分)

   (2)若 P點為圓的某弦的一個三等分點，試求此弦所在的直線方程式。(5 分)