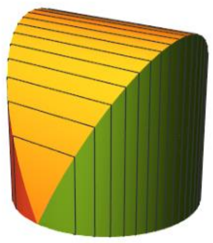
# 國立臺灣師範大學附屬高級中學 114 學年度第 1 次專任教師甄選數學科筆試〔題目卷〕

一、選填題：（每題 5 分，共 80 分。填在<u>答案卡</u>上，<u>分數或根式須以最簡形式回答</u>，否則不予計分）

A. 若同時投擲三個公正的骰子一次，則三個骰子中，出現有兩個骰子點數和為 7 或三個骰子點數和為 7 的機率為 $\dfrac{①②}{③④}$。

B. 設 $T$ 為平面線性變換矩陣，$T$ 將點 $(1,-1)$ 變換為點 $(2,0)$，並將點 $(3,1)$ 變換為點 $(6,4)$。現將點 $P(2,-2025)$ 連續使用 $T$ 變換 $n$ 次後為 $Q$ 點，若 $Q$ 點在第一象限，則 $n$ 的最小自然數為 ⑤⑥。

C. 如右圖，坐標空間中，有一個實心體 $\Omega$，其底部為在 $xy$ 平面上的橢圓區域 $\Gamma$：$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}\le 1$，若用垂直 $x$ 軸於點 $(x,0,0)$ 的平面 $E_x$ 對 $\Omega$ 所作的截面都是正方形，則 $\Omega$ 的體積為 ⑦⑧。



D. 設函數 $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$，滿足 $f(1-\dfrac{1}{1+t})+f(1+\dfrac{1}{t})\log_2(1+t)=f(\dfrac{1+t}{t})\log_2 t+2025$，$\forall t>0$，則 $f(128)$ 的值為 ⑨⑩⑪。

E. $\Delta ABC$ 中，若 $\tan A\tan B=\tan B\tan C+\tan C\tan A$，則 $\cos C$ 的最小值為 $\dfrac{⑫}{⑬}$。

F. 已知 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為實係數方程式 $x^2+(3p-1)x+9p^2=0$ 的兩實根，且 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\tan^k(\alpha+\beta)$ 不存在，若可能的實數 $p$ 值之最大範圍為 $a\le p\le b$，則 $a+b$ 的值為 $\dfrac{⑭⑮}{⑯}$。

G. 坐標空間中，已知直線 $L:\dfrac{x-a}{5}=\dfrac{y+11}{c}=\dfrac{z-b}{d}$ 為兩直線 $L_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{2}$ 與 $L_2:\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-6}{-7}=\dfrac{z-6}{-4}$ 的鈍交角平分線，其中 $a,b,c,d\in\mathbb{R}$，則 $a+b+c+d$ 的值為 ⑰⑱。

H. 坐標平面上，設通過點$P(\ k\ ,\ 6\ )$恰可作 3 條相異直線與$y = f(x) = x^3 - x$的圖形相切，若可能的實數$k$值之最大範圍為 $k < a \vee k > b$ ，則$a \times b$的值為⑲⑳㉑。

I. 有紅、黃、藍三種顏色的球，每種球皆有九顆，若將取出來的球排成一列，規定只有黃球和黃球不能相鄰，則排出一列共九顆球的排法共有 ㉒㉓㉔㉕ 種。

J. 設$\omega$是五次複係數方程式$x^5 - 3x^4 - c = 0$的虛根，已知$|c| = 48$且$|\omega| = 2$，若$\omega = \dfrac{\alpha \pm \sqrt{\beta}i}{\gamma}$ ，其中$\alpha$ , $\beta$ , $\gamma \in \mathbb{N}$，且$\alpha$ , $\gamma$互質，$i = \sqrt{-1}$ ，則$\alpha + \beta + \gamma$的值為 ㉖㉗ 。

K. 設$f(x)$為二次實係數多項式，滿足 $x\ f(x) = 4x^3 + 2x^2\int_1^2 f(t)dt + \int_1^x f(t)dt$ ，則$f(-1)$的值為㉘㉙。

L. 已知方程式$\sqrt{1-x} = 2x^2 - 1 + 2x\sqrt{1-x^2}$ 的正實數解為$t$ ，將$t^2$的值用四捨五入法取至小數點後第二位，則$t^2 \approx 0.$㉚㉛。

M. 定義符號：$\prod_{k=1}^{n} a_k = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$ 。設$b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n$為$n$個皆大於1的相異正整數，若$\prod_{k=1}^{n}(1-\dfrac{1}{b_k}) = \dfrac{114}{2025}$ ，則$n$的最小正整數值為 ㉜㉝。

N. 設 $x, y, z \in \mathbb{R}$，已知 $x+y+z=0$，$x^2+y^2+z^2=6$，若 $x^3+y^3+z^3$ 的最大值為 $M$，最小值為 $m$，則 $M\times m$ 的值為 ㉞㉟㊱。

O. 設 $(1+2\sqrt{2}+3\sqrt{3})^n = a_n + b_n\sqrt{2} + c_n\sqrt{3} + d_n\sqrt{6}$，其中 $n, a_n, b_n, c_n, d_n \in \mathbb{N}$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{c_n\times d_n}{a_n\times b_n}$ 的值為 $\dfrac{㊲}{㊳}$。

P. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$，$\log 3 \approx 0.4771$，$\log 7 \approx 0.8451$，設 $N=\sum\limits_{k=0}^{38}(C_{3k}^{116}-C_{3k}^{115}+C_{3k}^{114})$，若 $N$ 的整數部分為 $a$ 位數，$N$ 的最高位數字為 $b$，則數對 $(a, b) = ($㊴㊵$,$ ㊶$)$。

二、非選題：（共 20 分。請用黑色或藍色原子筆寫在**作答卷**上，須詳細過程，否則酌予扣分）

Q. 坐標空間中，有三個彼此互相垂直的向量 $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$。已知 $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}=(2, -1, 0)$ 且 $\overrightarrow{v}-\overrightarrow{w}=(-1, 2, 3)$。試求由 $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$ 所張出的平行六面體體積。(請使用兩種不同的解法，每一種解法占 5 分，共 10 分)。

R. (1) 試敘述『微積分基本定理』(The Fundamental Theorem of Calculus )。(3 分)

(2) 在課堂教學『微積分基本定理』時，試設計一個範例印證其相關觀念。(3 分)

(3) 當學生學習『微積分基本定理』時，試舉例學生會出現何種錯誤情形，並寫出其正確的方式。(4 分)

**國立臺灣師範大學附屬高級中學 113 學年度第 1 次專任教師甄選數學科筆試〔作答卷〕**

二、非選題：（共 20 分。請用黑色或藍色原子筆書寫，須詳細過程，否則酌予扣分）

Q. 坐標空間中，有三個彼此互相垂直的向量 $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$。已知 $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}=(2,-1,0)$ 且 $\overrightarrow{v}-\overrightarrow{w}=(-1,2,3)$。試求由 $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$ 所張出的平行六面體之體積。(請使用兩種不同的解法，每一種解法占 5 分，共 10 分)。

**國立臺灣師範大學附屬高級中學 113 學年度第 1 次專任教師甄選數學科筆試〔作答卷〕**

二、非選題：（共 20 分。請用黑色或藍色原子筆書寫，須詳細過程，否則酌予扣分）

R. (1) 試敘述『微積分基本定理』(The Fundamental Theorem of Calculus )。(3 分)

(2) 在課堂教學『微積分基本定理』時，試設計一個範例印證其相關觀念。(3 分)

(3) 試舉例當學生學習『微積分基本定理』時，會出現何種錯誤情形，並寫出其正確的方式。(4 分)