

新竹市立建功高中 114 學年度第一次正式教師甄選

【高中數學】試題卷

- 試場規則說明 -

- 一、 在開始考試前，未經監試人員指示，請勿翻閱桌上的題目卷與答案卷。
- 二、 請確認桌上左上角座位標籤的姓名、准考證號碼是否正確，若有錯誤請舉手向監試人員反應。
- 三、 本次考試答案卷共計三張六面，請先確認張數無誤，並確認答案卷彌封處的准考證號碼是否正確，若有缺誤請舉手向監試人員反應，考試過程中不再另外提供空白答案卷。
- 四、 請將准考證、國民身分證或其他足以證明身分之證件放置於桌上左上角以便查驗。
- 五、 應考人憑准考證準時入場，遲到 15 分鐘以上者不准入場，考試開始後 45 分鐘內不得出場。
- 六、 所有應試相關文具請自備，考試期間不得在場內向他人借用，非考試必須之物品，不得攜入考場；題目卷與答案卷皆不得攜出考場。
- 七、 考試中嚴禁談話，左顧右盼及一切舞弊行為，違者取消應試資格。
- 八、 試卷上不得書寫姓名、准考證號碼及任何標誌，卷頭上之彌封應考人不得撕去或塗改，違者試卷作廢。
- 九、 應考人限用藍色或黑色原子筆答題，違者試卷不予計分，如有電腦閱卷答案卡，限用 2B 鉛筆作答。
- 十、 應考人手機及其他通訊器材，包含智慧型穿戴式裝置如 Apple Watch 等用品，請關機收妥，並請勿隨身攜帶，違反者依情節輕重酌予處置。
- 十一、 違反試場規則者，立即停止其參加考試，不服制止者，該科以零分計算。
- 十二、 開始考試後，監試人員會開始進行身分驗證，請有帶口罩者暫時脫下口罩，確認身份無誤後，可再自行戴上口罩，並將答案卷左上角的彌封處以釘書機彌封，彌封後若考生自行拆開，該試卷即作廢不予計分。
- 十三、 開始考試之手搖鈴一響起即可直接翻閱試題作答，結束考試之手搖鈴響畢後請停止作答，並將雙手離開桌面。

新竹市立建功高中 114 學年度第一次正式教師甄選【高中數學】試題卷

一、 填充題：(每題 5 分,共 75 分)

1. 甲、乙、丙、丁、戊共 5 人排成一列，滿足甲與乙、丙均不相鄰，且丁與戊不相鄰的排法有_____種

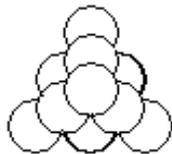
2. 已知 z 是複數且 $z - \frac{4}{z}$ 是純虛數，則 $|z - 1 - i|$ 的最小值是_____。

3. 設 $f(n)$ 表示最接近 $\sqrt[n]{n}$ 的整數，求 $\sum_{k=1}^{2026} \frac{1}{f(k)} =$ _____

4. 坐標空間中有三個彼此互相垂直之向量 $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ 。已知 $\vec{u} - \vec{v} = (-1, 7, 0)$ ，且 $\vec{v} - \vec{w} = (4, -3, 1)$ 。試問由

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ 所張出的平行六面體之體積 = _____。

5. 將 10 個半徑為 3 的球堆成一個三角垛(下為上視圖)，則最上面那顆球的最高點離地面的高度為_____。



6. 某液晶面板由紅、綠、藍三種顏色的 LED 燈泡組成。已知各色燈泡亮燈的循環規律如下：

紅色：「亮 3 秒，再暗 1 秒，再亮 2 秒」

綠色：「亮 6 秒，再暗 2 秒」

藍色：「亮 k 秒，再暗 $(18-k)$ 秒」，其中 k 為正整數。

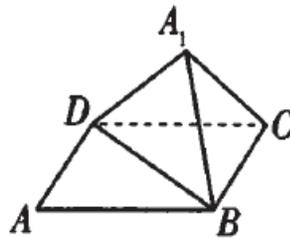
若在某時刻三種顏色的燈泡同時各自開始作上述循環，面板上都一直有燈亮著，並設各燈泡亮、暗切換的時間極短可被忽略，則 k 的最小值 = _____。

7. 坐標平面上，設 Γ 為三次函數 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$ 的函數圖形， $P(1, 4)$ 為 Γ 上之一點，試求 Γ 在 P 點的切線 L 和 Γ 所圍成有界區域的面積 = _____。

8. 坐標空間中，考慮邊長為 2 的正立方體，固定一頂點 O 。從 O 以外的七個頂點隨機選取相異兩點，設此兩點為 P, Q ，試問所得的內積 $\vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ 之期望值 = _____。

9. 在菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ，將 $\triangle ABD$ 沿對角線 \overline{BD} 折起得 $\triangle A_1BD$ ，使得 A_1BD 面與 CBD 面所夾二面角為 60° ，設向量

$\vec{DA_1}$ 與向量 \vec{BC} 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta =$ _____



10. 方程式 $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$ 的所有實根的乘積為_____

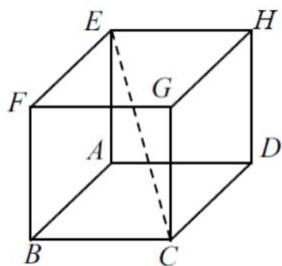
11. 設 $f(x) = \log(\sqrt{1+\pi^2 x^2} - \pi x) + \pi$ ，已知 $f(m) = 5$ ，則 $f(-m) =$ _____

12. 在座標平面上，求滿足 $|13x - 10y + 6| + |17x + 13y - 2| \leq 339$ 的區域面積為_____。

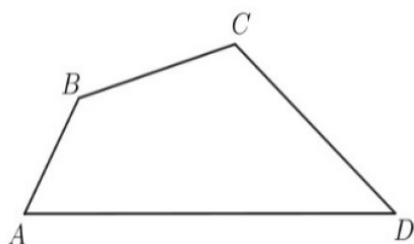
13. $f(x)$ 為一個五次實係數多項式，如果 $f(x) + 1$ 能被 $(x-1)^3$ 整除，且 $f(x) - 1$ 能被 $(x+1)^3$ 整除，則滿足上述條件之

$f(x) =$ _____

14. 如圖，長方體 ABCDEFGH 中，對角線 \overline{CE} 至不相鄰三邊的距離分別為 $2\sqrt{5}$ 、 $\frac{30}{\sqrt{13}}$ 、 $\frac{15}{\sqrt{10}}$ ，則此長方體體積為_____。



15. 一個凸四邊形 ABCD 如圖所示，其中 $\angle ABC = 135^\circ$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = \sqrt{6}$ ， $\overline{BC} = 6 - \sqrt{3}$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求 $\overline{AD} =$ _____。



二、計算證明題(15 分)

1. 有一個不均勻的骰子，擲出 1、2、3、4、5、6 點的機率依序為 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ ，且數列 $\langle a_n \rangle$ 恰為等差數列，今投擲此骰子兩次，所得的點數依序記為 a, b ，若事件『 $a+b=7$ 』發生的機率是 $\frac{1}{7}$ ，求

(1) $a_2 + a_5 = ?$ (2%)

(2) 事件『 $a=b$ 』發生的機率為何? (5%)

2. 試證： $\frac{1}{\cos 0^\circ \cos 1^\circ} + \frac{1}{\cos 1^\circ \cos 2^\circ} + \frac{1}{\cos 2^\circ \cos 3^\circ} + \cdots + \frac{1}{\cos 88^\circ \cos 89^\circ} = \frac{\cos 1^\circ}{\sin^2 1^\circ}$ (8%)

三、問答題(10 分)

在數位學習盛行的時代，請推薦一個適合高中學生學習數學的數位學習平台，說明其優缺點，並簡述您將如何引導學生使用該平台自主學習及製作學習歷程檔案。