

【數學科】試題

說明：

1. 本試卷含「四選一單選題」、「填充題」與「申論題」三部分。單選題 4 題，每題 5 分；填充題 10 題，每題 6 分；申論題 1 題，20 分。以上共計 100 分。
2. 請使用藍色或黑色原子筆或鋼筆書寫填答於「答案本」上，依題號作答。修正時應使用修正液（帶）；答案本因考生書寫不清、污損等人為因素導致無法批改，由考生自行負責不得有異議；於試題卷上作答者，不予計分。
3. 若答案超過 1 個需全對才給分。只需將答案填寫於「答案本」，不需寫計算過程！
4. 圖形僅作為參考，不代表實際大小。
5. 本試題卷連同答案本一併交回，違規攜出試場者以零分計算。

第壹部份：單選題（每題 5 分，共 4 題，共 20 分）

1. 數列 $\langle a_n \rangle$ 共有 25 項，前 n 項和 $S_n = 3n^2 - 2n$ 。若刪去某一項後，算術平均數為 74，則刪去的是第幾項？
(A) 5
(B) 9
(C) 14
(D) 18
2. 給定 $\triangle ABC$ 為圓內接正三角形，在 \widehat{BC} 上有一點 D ，連接 \overline{AD} 交 \overline{BC} 於 E 點，若 $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，則 \overline{AE} 線段長為？
(A) 8
(B) $\frac{49}{8}$

(C) $\frac{15}{8}$

(D) $8 - \frac{15}{8}\sqrt{3}$

3. 設 $ABCD$ 為平行四形，點 E 、 F 分別在 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上，且 $\overline{BE}:\overline{EC}=1:1$ ， $\overline{DF}:\overline{FC}=1:3$ ，線段 \overline{BF} 與線段 \overline{AE} 交於點 G 。四邊形 $GECE$ 面積：四邊形 $ABCD$ 面積 $=n:m$ ，

其中 n 、 m 為兩互質的自然數，則 $n+m=?$

(A) 61

(B) 97

(C) 105

(D) 115

4. 若 O 為空間中原點，給定空間中平面 $E:kx+(k+1)y+(k+2)z=1$ 與 x 軸、 y 軸、 z 軸正向分別交於 A_k 、 B_k 、 C_k ，且四面體 $O-A_kB_kC_k$ 的體積為 V_k ， $k=1,2,\dots,18$ 。已知

$\sum_{k=1}^{18} V_k = \frac{m}{n}$ ，其中 m 、 n 為互質之正整數，試求 $m+n=?$

(A) 1583

(B) 343

(C) 253

(D) 125

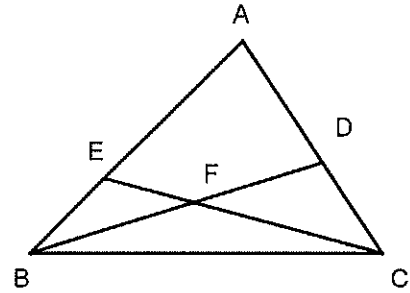
第貳部份：填充題 (每題 6 分，共 10 題，共 60 分)

1. 小高 於 2025 年時，他的年齡恰好等於他的出生年份 $19ab$ 年的四個數字和的 5 倍，則 小高 可能出生年份為_____。

(註：出生年份為 1998 年的人，2025 年時的年齡為 $2025-1998=27$ 歲)

2. 試求坐標平面上滿足 $|14x+13y-14|+|13x+14y+13|\leq 27$ 的所有點 (x, y) 所圍成圖形之區域面積為_____。

3. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\triangle BEF$ 、 $\triangle BCF$ 、 $\triangle CDF$ 的面積分別為 10、20、15，試求四邊形 $AEFD$ 的面積為_____。



4. 正三角形 ABC 中， P 、 Q 、 R 分別在 \overline{BC} 、 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，且 $\angle RPQ = \frac{\pi}{2}$ 。給定 $\overline{BP} = 12$ ， $\overline{BQ} = \overline{CP} = 8$ ，試求 $\overline{CR} =$ _____。

5. 從集合 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 中隨機選取 4 個不同的數，則其中任意兩個數的和都不等於 10 的機率為_____。

6. 設 $x = \sqrt[3]{45-3\sqrt{222}} + \sqrt[3]{45+3\sqrt{222}}$ ，試求 $2x^6 - 36x^4 + 162x^2 + 114 =$ _____。

7. 已知 $x > 0, y > 0, z > 0$ ，且滿足 $x^2 + xy + y^2 = 19$ ， $y^2 + yz + z^2 = 28$ ， $x^2 + xz + z^2 = 37$ ，

則 $x + y + z =$ _____。

8. 設 $a, b, c > 3$ ，且滿足 $a + b + c = 114$ ，求 $abc - 3ab$ 的最大值為 _____。

9. 已知 $\triangle ABC$ 的周長為 36、外接圓半徑為 $\frac{14}{3}\sqrt{3}$ ，且 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 成等差數列，

試求 $\triangle ABC$ 的面積 _____。

10. 已知 $f(x) = x^{114} + x^{108} + \dots + x^{12} + x^6 + 114x^2 = \sum_{k=1}^{19} (x^{6k}) + 114x^2$ ，試求 $f(x)$ 除以 $2x - \sqrt{3} - i$ 的

餘式為 _____。

第參部份：申論題(1 題，20 分)

「國立高科實中，為多階段綜合型態、資源共享之學校，除幼兒園、國小部、國中部、高中部，亦有雙語部之設置。高科實中教育服務範圍，主要為高雄三大科學園區，含括路竹科學園區、橋頭科學園區及楠梓科學園區，前開園區係以半導體、AI 機器人、智慧生醫、智慧機械、航太科技及創新科技等為主要特色。此外，學校課程以國際雙語、人文科技、跨域永續，為核心發展主軸。」

請就您所任教的學科，規劃至少 8 次教師專業學習社群，每次社群運作須包含「增能主題」、「運作方式」、以及「預計成果」等，希冀藉由社群動能，鏈結科學園區產業量能、鄰近大學研究動能、在地社區資源，達到跨校、國際教育資源共好，以展現高科實中的課程特色及學習活動。