

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2020

姓名： _____

時間：75 分鐘

注意事項

一般規定

1. 未獲監考老師許可之前不可翻開此測驗題本。
2. 各種通訊器材一律不得攜入考場，不准使用電子計算器、計算尺、對數表、數學公式等計算器具。作答時可使用直尺與圓規，以及兩面全空白的草稿紙。
3. 題目所提供之圖形只是示意圖，**不一定精準**。
4. 最前 25 題為選擇題，每題有五個選項。最後 5 題要求填入的答案為 000 至 999 的正整數。題目一般而言是依照越來越難的順序安排，對於錯誤的答案不會倒扣分數。
5. 本活動是數學競賽而不同於學校測驗，別期望每道題目都會作。考生只與同地區同年級的其他考生評比，因此不同年級的考生作答相同的試卷將不作評比。
6. 請依照監考老師指示，謹慎地在答案卡上填寫您的基本資料。若因填寫錯誤或不詳所造成之後果由學生自行負責。
7. 進入試場後，須等待監考老師宣佈開始作答後，才可以打開題本進行答題。

作答須知

1. 限用 B 或 2B 鉛筆填寫答案。
2. 請用 B 或 2B 鉛筆在答案卡上（不是在題本上）將您認為正確選項的圓圈塗滿。
3. 您的答案卡將由電腦閱卷，為避免電腦誤判，請不要在答案卡上其它任何地方塗劃任何記號。填寫答案卡時，若需要修改，可使用軟性橡皮小心擦拭，並確定答案卡上無殘留痕跡。

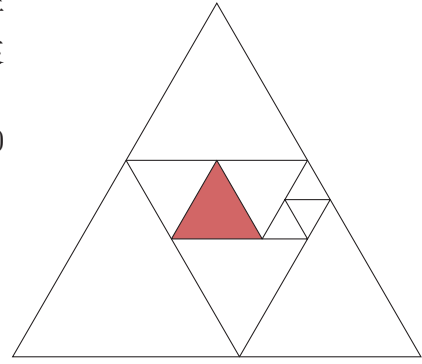
特別約定

為確保競賽之公平性及認證成績優異學生，AMC 主辦單位保留要求考生重測之權利。

每年您只可以參加本競賽的其中一個年級，否則成績將不予採計。

8. 將一個正三角形分割成若干個小正三角形，如圖所示。塗上陰影的三角形之邊長為 2 單位。請問原來這個大正三角形的周長多少單位？

(A) 24 (B) 27 (C) 30
(D) 33 (E) 36

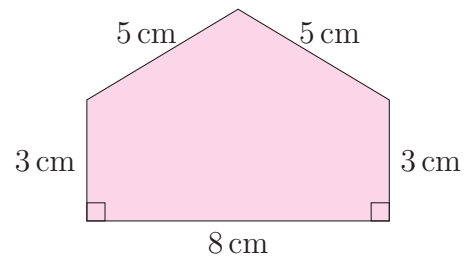


9. 若 $a \neq 0$ ，請問 $\frac{a^{x+y}}{a^x}$ 等於下列哪一項？

(A) a^y (B) $\frac{1}{a^y}$ (C) $-a^y$ (D) a^{1+y} (E) $1 + a^y$

10. 請問右圖所示的五邊形之面積是什麼？

(A) 32 cm^2 (B) 36 cm^2 (C) 42 cm^2
(D) 56 cm^2 (E) 64 cm^2

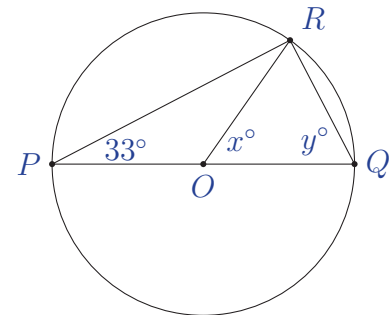


11-20 題，每題 4 分

11. 右圖中， PQ 是圓的直徑， OR 是半徑，且 $\angle OPR = 33^\circ$ 。

請問 $x + y$ 之值等於什麼？

(A) 99 (B) 113 (C) 115
(D) 123 (E) 137



12. 右圖全部都是由一些半圓所構成的。八個最小的半圓之每一條直徑都正好等於兩個最大的半圓直徑之四分之一。

請問這個大圓內的幾分之幾被塗上陰影？

(A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$
(D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{5}{8}$



13. 在天堂，整天不是晴天就是雨天。

如果今天是晴天，則明天是晴天的機率為 $\frac{3}{4}$ 。

如果今天是雨天，則明天是晴天的機率為 $\frac{1}{3}$ 。

今天是星期五且是晴天。我打算星期日舉行烤肉，請問星期日是晴天的機率是什麼？

- (A) $\frac{25}{48}$ (B) $\frac{29}{48}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{31}{48}$
-

14. 已知 x 與 y 都是整數且 $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ 。請問 $x + y$ 之值等於什麼？

- (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 7 (E) 9
-

15. 一個袋子內恰好有 50 枚硬幣。這些硬幣的面額分別為 10 元、20 元或 50 元，且每種至少有一枚。它們的總金額為 1000 元。

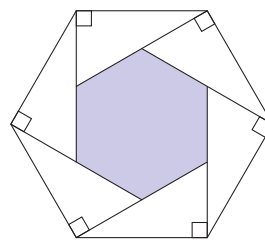
請問它們總共有多少種不同的情況？

- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 12 (E) 16
-

16. 一個正六邊形內部的一部份被六個直角三角形覆蓋，如圖所示。

請問這個正六邊形的幾分之幾沒有被覆蓋？

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{5}$
(D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{1}{2}$



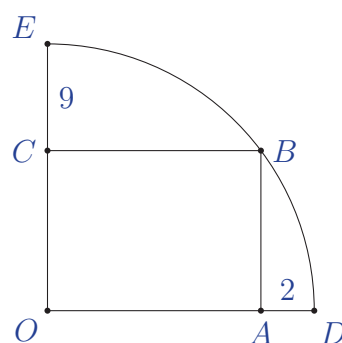
17. 在一座牧羊場，公羊的數量是母羊數量的 4 倍。在另一座牧場，母羊的數量是公羊的 5 倍。將兩群羊合併在一起，則公羊的數量與母羊的數量相等。請問這兩群羊總數的最小可能值是多少？

- (A) 20 (B) 26 (C) 30 (D) 38 (E) 42
-

18. 在四分之一圓 ODE 內部畫一個矩形 $OABC$ ，使得 $AD = 2$ 且 $CE = 9$ 。

請問這個圓的半徑為何？

- (A) 11 (B) 13 (C) 15
(D) 17 (E) 20



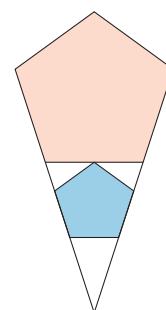
19. 請問函數 $f(x) = 2^{x^2-2x-3}$ 的最小值是什麼？

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{8}$ (E) $\frac{1}{16}$

20. 將正五邊形的兩邊延長構成一個三角形。在這個三角形的內部畫一個小正五邊形，如圖所示。

請問大正五邊形的面積是小正五邊形面積的多少倍？

- (A) 4 (B) $2\sqrt{5}$ (C) 5
(D) $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$ (E) $\sqrt{5}$



21-25 題，每題 5 分

21. 對於 $n \geq 1$ ，定義 s_n 為僅包含有 n 個連續數碼 1 的數，故 $s_1 = 1$ 、 $s_2 = 11$ 、 $s_3 = 111$ ，餘此類推。

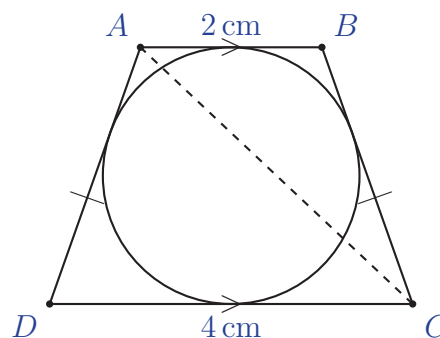
請問下列哪一項內的數可被 7 整除？

- (A) s_{902} (B) s_{903} (C) s_{904} (D) s_{905} (E) s_{906}

22. 一個圓內切於四邊形 $ABCD$ 使得它與四條邊相切，如圖所示。已知邊 AB 與 DC 平行且其長度分別為 2 cm 與 4 cm，而邊 AD 與 BC 的長度相等。

請問 AC 的長度為多少 cm？

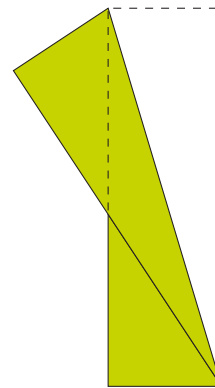
- (A) $\sqrt{17}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{13}$
(D) 5 (E) $3\sqrt{2}$



23. 一張矩形紙片的長是寬的三倍。將它沿著一條對角線摺疊成為一個五邊形，如圖所示。

請問這個五邊形的面積與原來矩形面積之比為幾比幾？

- (A) 13 : 18 (B) 3 : 4 (C) 7 : 12
(D) 2 : 3 (E) $\sqrt{10} : 4$



24. 小亞寫出以下算式的和之正確值，算式的最後一項包括有 2020 個數碼九：

$$9 + 99 + 999 + 9999 + \cdots + \underbrace{99\dots9}_{2019 \text{ 個九}} + \underbrace{99\dots9}_{2020 \text{ 個九}}$$

請問他的解答中有多少個數碼 1？

- (A) 0 (B) 2016 (C) 2018 (D) 2020 (E) 2021

25. 三個實數 a 、 b 與 c 滿足

$$a + b + c = 4 \quad \text{且} \quad \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 5$$

請問算式 $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a}$ 之值等於什麼？

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) 2 (D) 20 (E) 17

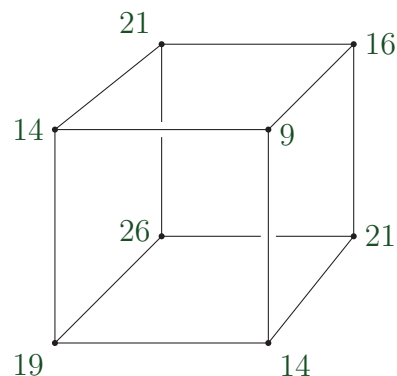
問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

26. 在一個正立方體的每個表面都放置 1 到 10 之中的一個相異整數，然後在每個頂點上標記在此頂點交會的三個平面上的數之和。

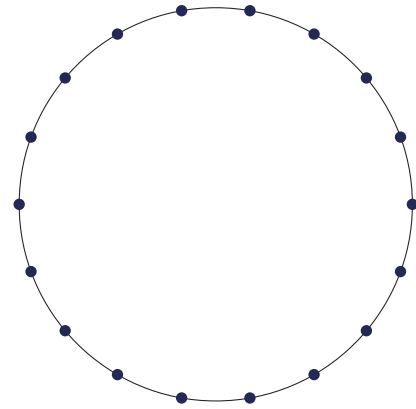
右圖只顯示各頂點上的數。

在各面上的數之中，請問最小的四個數之乘積是多少？

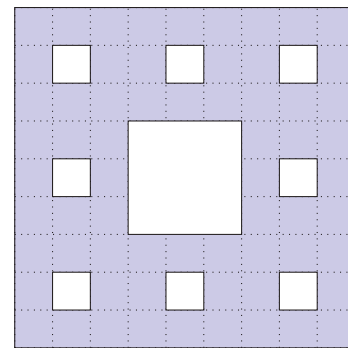


27. 一個多項式 $P(x)$ 的所有係數都是非負整數。已知 $P(2) = 40$ 且 $P(40) = 2\,688\,008$ ，請問 $P(3)$ 的值是什麼？

28. 這個圓上標記有 18 個等距的點。共有 816 種方法連結其中三個點而構成一個三角形。請問這些三角形中有多少個三角形具有兩個相差 30° 的角？



29. 從一個 $9 \times 9 \times 9$ 正立方體開始。小史在每一面都挖出九條正方形隧道使得最後的造型之前視圖、側視圖與俯視圖都與右圖所示相同。請問最後的造型之表面積比原來的正立方體之表面積增加多少？



30. 每天當我開車到學校時，我要通過八個交通號誌，它們是綠燈 (G)、黃燈 (Y) 或紅燈 (R)。由於號誌同步化，我發現黃燈永遠立即跟隨在綠燈之後，而紅燈永遠不會立即跟隨在紅燈之後。所以開始的序列號誌可能是 GYRY，但不可能是 RRGG。請問這八個交通號誌共有多少種可能的序列？





2020 AMC — SENIOR

SOLVE PROBLEMS. CREATE THE FUTURE.

Problems are part of life and we've made it our mission to equip young students with the skills to solve more of them. Problem solving is a life skill and by developing it, students can create more choices for themselves and the future.



AUSTRALIAN MATHS TRUST

amt.edu.au