2024.8.10(六) ~ 8.12(一)

Ru

113 學年度 國立彰化女中 第二次教師甄選初試 數學科試題

1. 如右圖，ΔABC中，$\overline{AB}=\overline{AC}=3$，$\overline{AD}=1$，$\angle BCD=60^\circ$，則$\cos A=$______ $\frac{11}{13}$

2. 已知兩複數z_1,z_2滿足$|z_1-(3+3i)|=2, |iz_2-1|=1$,求$|z_1-z_2|$的最小值=____________$(i=\sqrt{-1})$ 2

3. 若$2^{\log_x 81}=3^{\log_y 16}=k, \log_3 x+\log_2 y=1$，則 k= 1296

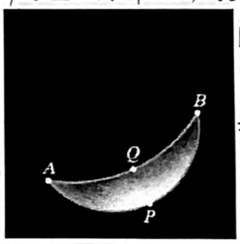
4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+4n}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+2n^2}}\right)=$ $\sqrt{3}-1$

5. 若正整數a同時滿足下列兩條件 1.1<a<1000，2.a^2-a可以被 1000 整除，則$a=$________ 376, 625

6. 已知空間中兩點 A(1,2,3)，B(2,1,-1)，動點 P(t,2t+1,2t),t 為實數，若$\overline{PA}+\overline{PB}$有最小值時，此時 t= $\frac{5-\sqrt{10}}{3}$

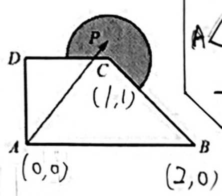
7. 已知圓方程式:$x^2+y^2-2x-6y+8=0$，直線:y = x，若直線、圓的外部、 y 軸所圍成的封閉區域為R，求R繞 x 軸旋轉一圈的旋轉體體積= $\frac{38\pi}{3}-3\pi^2$

8. 右圖為月偏食的示意圖，滿月被地球的影錐遮蔽一部分。假設滿月和地球影錐截面都是正圓，在圖中標記圓弧$\widehat{AP}=\widehat{PB}$均為滿月的圓周一部分，圓弧$\widehat{AQ}=\widehat{QB}$均為地球影錐截圓的圓周一部分。若$\overline{AB}$與$\overline{PQ}$分別是滿月圓半徑的$\sqrt{3}$與$2-\sqrt{3}$倍，則圖中月偏食亮面的面積是滿月圓面積的____________倍 $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}-\frac{1}{6}$



9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{3n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{3n^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{3n^2+2n}}\right)=$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

10. 如右圖，在直角梯形 ABCD 中，$\overline{AB}\perp\overline{AD}, \overline{AB}//\overline{DC}, \overline{AB}=2, \overline{AD}=\overline{DC}=1$，圖中圓弧所在圓的圓心為點 C，半徑為$\frac{1}{2}$，點 P 在圖中陰影部分(含邊界)運動。若$\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{BC}$，其中$\alpha$、$\beta$為實數，則$4\alpha-\beta$最大值為 $\frac{\sqrt{5}}{2}+3$



11. 有一個立體圖形的底面是一個半徑為 1 的圓，某個同方向的所有截面都是正三角形，求此立體圖形的體積為 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

[2] $|-z_2-i|=|z_2+i|=1$

[3] $\log_x 81=\log_2 k$, $\log_y 16=\log_3 k \Rightarrow \frac{1}{4}=\log_k 6 \Rightarrow k=6^4=1296$

[4] $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{1+2(\frac{k}{n})}}=\int_0^1\frac{1}{\sqrt{1+2x}}dx=\frac{1}{2}\int_1^3 u^{-\frac{1}{2}}du=\sqrt{3}-1$；令$u=2x+1\Rightarrow du=2dx$

[5] $a(a-1)$ 奇 偶 □=3: $125□ \cdot 8k$, $375+1=376=8\cdot 47$ $\Rightarrow 125□=8k\pm1 \Rightarrow a=375$；□=5: $625-1=624=8\times78 \Rightarrow a=625$；□=7 不合；$25□=40k\pm1$ or $8\nmid(875+1)$, $8\nmid(876-1)$；$5□=200k\pm1$ 不合

[6] $(t-1)^2+(2t-1)^2+(2t-3)^2=9t^2-18t+9+2=(3t-3)^2+(\sqrt{2})^2$；$(t-2)^2+(2t)^2+(2t+1)^2=(3t)^2+(\sqrt{5})^2$；設 $B(0,-\sqrt{5})$, $P(3t,0)$, $A(3,\sqrt{2})$；$m=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$；$L:(\sqrt{5}+\sqrt{2})x-3y=3\sqrt{5}$；$(\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}},0) \Rightarrow t=\frac{5-\sqrt{10}}{3}$

[1] $\frac{y}{\sin\theta}=\frac{2}{\sin60^\circ}$, $\frac{y}{\sin(2\theta)}=\frac{1}{2\cos\theta}$, $\frac{\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}}{2\cos\theta}=\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}\sin\theta}$ $\Rightarrow 2\sqrt{3}\cos\theta=\sin\theta$, $\tan\theta=2\sqrt{3}$, $\cos A=-\cos(2\theta)=-\frac{1-12}{1+12}=\frac{11}{13}$

[9] $\frac{2}{\sqrt{3}}\leftarrow\frac{2n}{\sqrt{3n^2+2n}}<□<\frac{2n}{\sqrt{3n^2}}\rightarrow\frac{2}{\sqrt{3}}$

[10] 令 $\cos\theta=c$, $\sin\theta=s$；$\overrightarrow{AP}=(1+\frac{1}{2}c,1+\frac{1}{2}s)=\alpha(2,0)+\beta(-1,1)=(2\alpha-\beta,\beta)\Rightarrow 2(2\alpha-\beta)+\beta=c+\frac{1}{2}s+3\le\frac{\sqrt{5}}{2}+3$

[11] $2\int_0^1\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot4(1-x^2)dx=2\sqrt{3}\cdot(1-\frac{1}{3})=\frac{4}{3}\sqrt{3}$；$x^2+y^2=1$；邊長: $2y\Rightarrow(2y)^2=4(1-x^2)$

[7] $(x-1)^2+(y-3)^2=2 \Rightarrow y=3-\sqrt{-(x-1)^2+2} \Rightarrow y^2=-x^2+2x+10-6\sqrt{-(x-1)^2+2}$；L, C: $(x-2)^2=0\Rightarrow x=2$；$\pi\int_0^2□dx-\pi\int_0^2x^2dx$；$(-\frac{1}{3}x^3+x^2+10x-\frac{1}{3}x^3)\Big|_0^2=24-\frac{16}{3}=\frac{56}{3}$；$\frac{1}{2}\cdot1\cdot2+\frac{\pi(\sqrt{2})^2}{4}$；$\frac{56}{3}\pi-6\pi(1+\frac{\pi}{2})=\frac{38\pi}{3}-3\pi^2$

[8] $\frac{1}{2}\cdot1^2\cdot\frac{2}{3}\pi-\left[\frac{1}{2}(\sqrt{3})^2\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}\cdot3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right]\Rightarrow\frac{\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}}{\pi\cdot1^2}=\frac{\sqrt{3}}{\pi}-\frac{1}{6}$ #

Created with Scanner Pro