

桃園縣 100 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

- ※注意事項： 1. 答案一律畫在答案卡上，如寫在試題卷上，不予計分。
2. 作答完畢，請將試題及答案卡一併交回。
3. 本試題共 2 頁。

單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案（共 25 題，每題 4 分，合計 100 分）

- 下列何者不是 9 的倍數？
 (A) $1004^3 + 888^3$
 (B) $1004^3 + 1$
 (C) 704254698
 (D) 15^3
- $(1 - \cot^4 x) \sin^2 x + \cot^2 x =$
 (A) 0
 (B) 1
 (C) -1
 (D) 2
- P 是邊長為 1 的正六邊形內一點，求 P 到各邊距離的和。
 (A) $2\sqrt{2}$
 (B) $3\sqrt{2}$
 (C) $2\sqrt{3}$
 (D) $3\sqrt{3}$
- 在 1 到 1000 的正整數中，求 2 或 3 的倍數，但非 5 的倍數之個數
 (A) 534
 (B) 345
 (C) 600
 (D) 127
- 設 a, b 為實數，且多項方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$ 有一根為 $1 + 3i$ ，試求 $a + b$ 的值
 (A) 18
 (B) 7
 (C) 9
 (D) 13
- 兩個質數 a, b 滿足 $a + b + ab = 341$ ，則 $a + b = ?$
 (A) 115
 (B) 114
 (C) 113
 (D) 112
- 設 $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ ，求 $x^{16} + x^{-16} = ?$
 (A) -2
 (B) -1
 (C) 1
 (D) 2
- 空間中兩直線 $L_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ 及 $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ 相交，其夾角為 θ ，則 $\sin \theta = ?$

- (A) $\frac{1}{\sqrt{66}}$
 (B) $\frac{2}{\sqrt{66}}$
 (C) $\frac{\sqrt{62}}{\sqrt{66}}$
 (D) $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{66}}$
- 求曲線 $x^2 + 4xy + y^2 = 13$ 在點 (2,1) 的切線方程式
 (A) $y = -4x + 9$
 (B) $y = 3x - 5$
 (C) $y = -\frac{4}{5}x + \frac{13}{5}$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
- 全班 32 人排隊買票看電影，若小明堅持要排在小惠前面（不一定要相鄰），共有多少種排法？
 (A) 31!
 (B) 32!
 (C) $32! / 2$
 (D) 32×31
- 四邊形 ABCD 中， $\angle B = \angle C = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CD} = 5$ ，則四邊形的面積為？
 (A) $\frac{43\sqrt{3}}{4}$
 (B) $\frac{45\sqrt{3}}{4}$
 (C) $\frac{47\sqrt{3}}{4}$
 (D) $\frac{49\sqrt{3}}{4}$
- 若實數 a, b 使得函數 $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 2 \\ x^3 - 5x^2 + 12 & x \leq 2 \end{cases}$ 在 $x = 2$ 可微，則 $a + b =$
 (A) -4
 (B) 5
 (C) -7
 (D) 8
- 若 $\sin x + \cos x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ ，試問 $\log_{\frac{1}{2}} \sin x + \log_{\frac{1}{2}} \cos x = ?$
 (A) -2
 (B) -1
 (C) 1
 (D) 2

14. 設 $x > 0, y > 0$ ，則 $(x+y)(\frac{4}{x} + \frac{9}{y})$ 最小值為？

- Ⓐ 24
Ⓑ 25
Ⓒ 26
Ⓓ 27

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{e}{n}\right)^n = ?$

- Ⓐ e^e
Ⓑ 2^e
Ⓒ e^2
Ⓓ 2^{2e}

16. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6}{\sqrt{n^3}} (1 + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n})$

- Ⓐ 3
Ⓑ 2π
Ⓒ 4
Ⓓ 1

17. 如果現在有一個遊戲為擲一個公正銅板，如果擲出正面，你便會得到報酬 1 元，這樣遊戲便結束了。如果是反面就必須繼續擲，一直到第一次正面出現為止，這時你將得到報酬 1 元，但期間如果為連續反面你沒有得到任何報酬且遊戲必須繼續進行。請問這個遊戲的期望值為？

- Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ $\sqrt{2}$
Ⓓ ∞

18. 求 xy 平面上，區域為 $\left\{(x, y) \mid 2 \leq x, 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}\right\}$ 的面積

- Ⓐ ∞
Ⓑ 1
Ⓒ 2
Ⓓ $\frac{1}{2}$

19. 用下列四個多項式 $1+3x+2x^2-x^3$, $-2+2x+3x^2+2x^3$, $-4+4x+3x^2-3x^3$, $3+x+2x^2+4x^3$ 展開出 $P_4(x)$ 的一個子空間，請問此子空間的維度是多少？

- Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 3
Ⓓ 4

20. 某人在 A 處看到建築物 C 在北 60° 東，另一建築物 D 在其北 30° 東。此人向北前進 2 公里至 B 處，見 C 在其正東方，D 在其東 60° 南，則 $\overline{AD} = ?$

- Ⓐ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 公里

Ⓑ $\frac{2}{\sqrt{2}}$ 公里

Ⓒ 2 公里

Ⓓ $\sqrt{10}$ 公里

21. 設 (2,-1) 與 (3,1) 為三角形的固定兩點，若在單位圓上任選一點為三角形移動的第三點，請問三角形重心軌跡圖形是

- Ⓐ 拋物線
Ⓑ 橢圓
Ⓒ 圓
Ⓓ 雙曲線

22. 求點 (0, 2) 與圖形 $y = 4 - x^2$ 最近距離為？

- Ⓐ $\frac{\sqrt{5}}{2}$
Ⓑ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
Ⓒ $\frac{\sqrt{7}}{2}$
Ⓓ $\frac{\sqrt{8}}{2}$

23. 若 $(1.25)^{\frac{1}{x}} = (1.6)^{\frac{1}{y}} = \sqrt{2}$ ，則 $x+y = ?$

- Ⓐ 0
Ⓑ 1
Ⓒ 2
Ⓓ 3

24. $\int_1^{\infty} \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} dx =$

- Ⓐ π
Ⓑ 發散
Ⓒ $\frac{\pi}{2}$
Ⓓ $\frac{\pi}{3}$

25. 設 $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & x \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 為相似矩陣，試求

x, y 之值

- Ⓐ $x = 0, y = 2$
Ⓑ $x = 1, y = 0$
Ⓒ $x = -1, y = -1$
Ⓓ $x = 2, y = 3$