113 南港高中

10. 設數列$\langle a_n \rangle$，$\langle b_n \rangle$滿足$a_0+b_0=2$，且對每一正整數n，恆有$a_n=\sqrt{3}a_{n-1}-b_{n-1}$，$b_n=a_{n-1}+\sqrt{3}b_{n-1}$，則$a_{18}+b_{18}=$ ？

-2^{19}

$$\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{bmatrix}$$

令 $Z_n = a_n + i b_n \Rightarrow Z_{18} = Z_0 \cdot 2^{18} e^{i(\frac{\pi}{6})\cdot 18} = (a_0+b_0 i)\cdot 2^{18}\cdot(-1)$

$\Rightarrow -2^{19}$

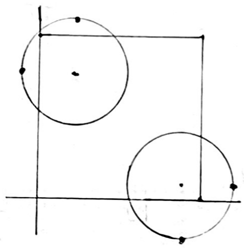
11. 坐標平面上，在以$O(0,0),A(0,1),B(1,1),C(1,0)$為頂點的正方形（含邊界）內，令$R$為滿足下述條件的點$P(x,y)$所成區域：與點$P(x,y)$的距離為$|x-y|$之所有點所成圖形完全落在正方形$OABC$（含邊界）內。則區域$R$的面積為何 ？

$\frac{1}{3}$

113 學測 數A （有點難）

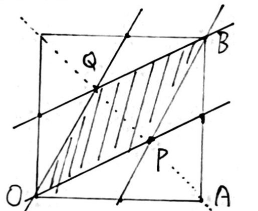
$x \le y$

$\begin{cases} x-|x-y| \ge 0 \\ y+|x-y| \le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y \ge 0 \\ x-2y+1 \ge 0 \end{cases}$



$x \ge y$

$\begin{cases} x+|x-y| \le 1 \\ y-|x-y| \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y \le 1 \\ x-2y \le 0 \end{cases}$



$\begin{cases} x+y=1 \\ x=2y \end{cases} \Rightarrow P(\frac{2}{3},\frac{1}{3})$

$Q(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$

$\frac{1}{2}\overline{PQ}\cdot\overline{OB}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=\frac{1}{3}$

12. 如右圖，一個球在任一點每一秒向鄰近點移動或不動的機率都相等（即在 A 點時向 B，D，E 或留在 A 的機率都是$\frac{1}{4}$），現在先把球放在 E 點

(1) 經過 2 秒，求仍然留在 E 的機率為何 ？

$\frac{6}{25}$

$\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot 4=\frac{6}{25}$

(2) 設$f(n)$表示經過n秒後球仍然留在 E 點的機率，若$f(n+1)=xf(n)+y$，其中x，y為定數與n無關，試求數對$(x，y)$.

$(-\frac{1}{20},\frac{1}{4})$

因為 $\triangle OAB$ 的重心 $\Rightarrow \frac{1}{3}$

$f(n+1)=\frac{1}{5}f(n)+\frac{1}{4}(1-f(n))$

$\Rightarrow x=\frac{1}{5}-\frac{1}{4}=\frac{-1}{20}$

$y=\frac{1}{4}$