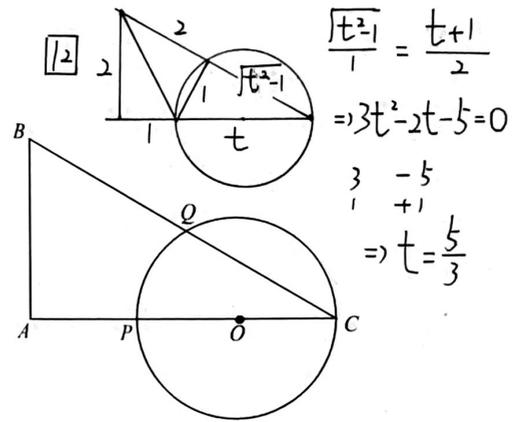


12. 如圖所示，直角 $\triangle ABC$ 與以 \overline{PC} 為直徑的圓交於 P 、 Q 兩點，若 $\overline{AP}=1$ 、 $\frac{5}{3}\overline{AB}=\overline{BQ}=2$ ，則圓形紙板的直徑為_____。



$$\frac{|t-1|}{1} = \frac{t+1}{2}$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 2t - 5 = 0$$

$$\begin{matrix} 3 & -2 & -5 \\ & 1 & +1 \\ \hline & & 5 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow t = \frac{5}{3}$$

13. $\frac{1}{\sqrt{2}} P(2C+1, 3S-2)$

$$4C - 3S = \frac{1}{5} \left(\frac{4}{5} \left(\frac{4}{5} \right) - \frac{3}{5} \left(\frac{-3}{5} \right) \right)$$

$$C = \frac{4}{5}, S = \frac{-3}{5}, P \left(\frac{13}{5}, \frac{-19}{5} \right)$$

13. 設點 $P(x, y)$ 在橢圓 $\Gamma: \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ 上，試求點 P 到直線 $L: 2x - y + 6 = 0$ 有最大距離時的 P 點坐標_____。

14. 假設空間坐標系中滿足 x, y, z 坐標均為整數的點稱為格子點。現有三點 $A(1, 2, 3), B(2, 3, 1), C(2t, 1, -1+t)$ 滿足 $\triangle ABC$ 面積不超過 $3\sqrt{5}$ ，則格子點 C 共有_____個。

14. $\Rightarrow 5t^2 - 2t - 18 \leq 0$

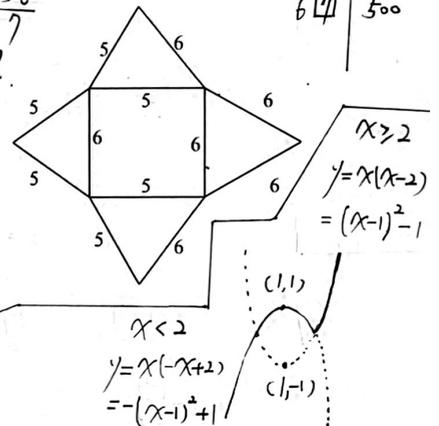
$$\frac{1}{2} \sqrt{4 + 450} = \frac{1}{2} \sqrt{454}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{454} \approx 10.7$$

$$-10.7 \leq t \leq 10.7$$

$$t = -1, 0, 1, 2, 3$$

15. 有一底面為矩形的四角錐，其展開圖與邊長如右圖所標示，則此四角錐的體積為_____。(化成最簡根式)



16. 設 k 為實數，若方程式 $x|x-2|=4x+k$ 恰有一個實根，則 k 的範圍為_____。

16. $x \geq 2: x^2 - 6x - k = 0$ $x < 2: x^2 + 2x + k = 0$

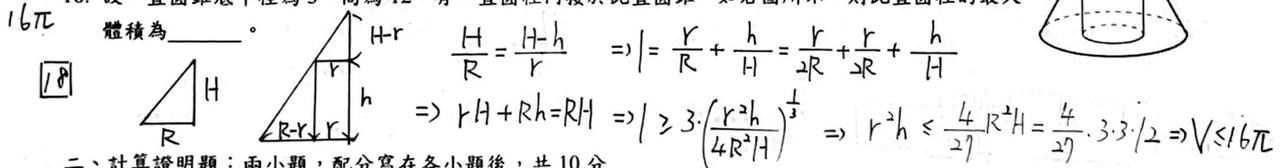
$$D < 0 \Rightarrow k < -9$$

$$D < 0 \Rightarrow k > 1$$

17. 小明在113年1月初向銀行借貸100萬元，以月利率2%複利計算。若他自113年1月開始，每個月月底都償還銀行相同的金額，且計畫在兩年(即24個月)內還清，則他每個月至少需償還_____元。(無條件進位計算到整數位)

17. $\Rightarrow x \geq \frac{1.02^{24} / 0.02}{1.02^{24} - 1} = 52871.4...$

18. 設一直圓錐底半徑為3，高為12，有一直圓柱內接於此直圓錐，如右圖所示，則此直圓柱的最大體積為_____。



二、計算證明題：兩小題，配分寫在各小題後，共10分

(1) 在坐標平面上，設 $\triangle ABC$ 經二階方阵 $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 作線性變換後成 $\triangle A'B'C'$ 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 Δ ， $\triangle A'B'C'$ 的面積為 Δ' ，試證明： $\Delta' = \left| \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \right| \cdot \Delta$ 。(6分)

(2) 試求出滿足 $|2x + y - 113| + |x + 3y - 2024| = 5$ 的所有點 (x, y) 所圍成的區域面積。(4分)

(2) $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2.5$$

$$\Rightarrow \Delta' = 10$$