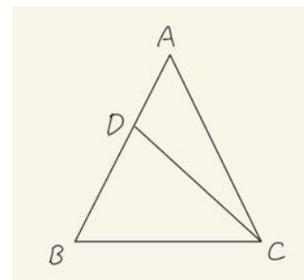


113 學年度 國立彰化女中 第二次教師甄選初試 數學科試題

1. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 3$ ， $\overline{AD} = 1$ ， $\angle BCD = 60^\circ$ ，

則 $\cos A =$ _____



2. 已知兩複數 z_1, z_2 滿足 $|z_1 - (3 + 3i)| = 2$ ， $|iz_2 - 1| = 1$ ，求 $|z_1 - z_2|$ 的最小

值=_____ ($i = \sqrt{-1}$)

3. 若 $2^{\log_x 81} = 3^{\log_y 16} = k$ ， $\log_3 x + \log_2 y = 1$ ，則 $k =$ _____

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4n}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n^2}} \right) =$ _____

5. 若正整數 a 同時滿足下列兩條件 $1.1 < a < 1000$ ， $2. a^2 - a$ 可以被 1000 整除，則 $a =$ _____

6. 已知空間中兩點 $A(1,2,3)$ ， $B(2,1,-1)$ ，動點 $P(t, 2t+1, 2t)$ ， t 為實數，若 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 有最小值時，

此時 $t =$ _____

7. 已知圓方程式： $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 8 = 0$ ，直線： $y = x$ ，若直線、圓的外部、 y 軸所圍成

的封閉區域為 R ，求 R 繞 x 軸旋轉一圈的旋轉體體積=_____

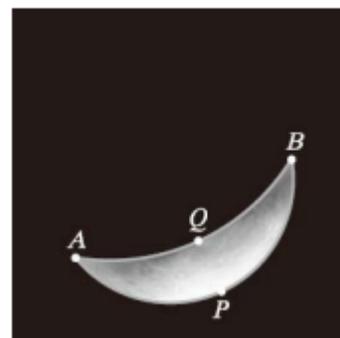
8. 右圖為月偏食的示意圖，滿月被地球的影錐遮蔽一部分。假設滿月

和地球影錐截面都是正圓，在圖中標記圓弧 $\widehat{AP} = \widehat{PB}$ 均為滿月的圓

周一部分，圓弧 $\widehat{AQ} = \widehat{QB}$ 均為地球影錐截圓的圓周一部分。若 \overline{AB} 與

\overline{PQ} 分別是滿月圓半徑的 $\sqrt{3}$ 與 $2 - \sqrt{3}$ 倍，則圖中月偏食亮面的面積是

滿月圓面積的_____倍

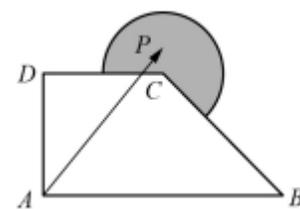


9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{3n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{3n^2+2n}} \right) =$ _____

10. 如右圖，在直角梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AD} = \overline{DC} = 1$ ，圖中圓弧所在

圓的圓心為點 C ，半徑為 $\frac{1}{2}$ ，點 P 在圖中陰影部分(含邊界)運動。若

$\overline{AP} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{BC}$ ，其中 α 、 β 為實數，則 $4\alpha - \beta$ 最大值為

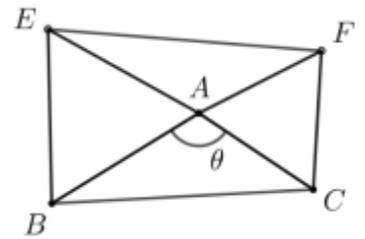


11. 有一個立體圖形的底面是一個半徑為 1 的圓，某個同方向的所有截面都是正三角形，求

此立體圖形的體積為_____

12. 農夫有一塊正方形的田地，已知該田地的四個邊界剛好各有一口水井，而且都不是在正方形的頂點上，若將該田地坐標化且選取一定點為原點後，則四口水井的坐標依順時針方向分別為(0,8)、(9,2)、(6,0)、(-5,4)，試求滿足該四口水井位置的最大田地面積為_____
13. 已知存在實數 k 使得滿足不等式 $(x - k)(x - 6)(x - 1)^2(x^2 + 2x + 3) \leq 0$ 的整數解 x 有 10 個，若 k 的範圍為 $a < k \leq b$ 或 $c \leq k < d$ ，則 $a + b + c + d =$ _____
14. 已知 ΔABC 的外心坐標為 $O(-1,2)$ 、內心坐標 $I(2,2)$ 、 $A(2,8)$ ，求直線 BC 方程式_____
15. 拋物線 $y = x^2 + bx + c$ 通過 $(-2,5)$ ，此圖形交 x 軸於 A 、 B 兩點，交 y 軸於 C 點，其頂點為 M ，若四邊形 $ACMB$ 面積為 9，求數對 $(b,c) =$ _____
16. 在坐標平面上， A 點坐標為 $(8,0)$ ， B 點坐標為 $(0,6)$ ， P 為圓： $x^2 + y^2 = 16$ 上的動點，求 $3\overline{PA} + 2\overline{PB}$ 的最小值=_____
17. 六個人進行籃球傳球訓練，每人接到球後要傳給別人，開始時由甲將球傳給其他人，若第七次傳球結束後，球在甲手上，試問共有多少種不同的傳球方式？

18. 如右圖，在 ΔABC 的邊 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的外側分別作正三角形 ΔABE 及 ΔACF 。已知 $\overline{AC} = 1$ 且 $\overline{EF} = 2$ ，求 ΔABC 面積的最大可能值_____



19. 令 A 、 B 、 C 為任意三角形 ΔABC 的內角，滿足

$$\cos^2 A + \cos^2 B + 2\sin A \sin B \cos C = \frac{15}{8}$$

$$\cos^2 B + \cos^2 C + 2\sin B \sin C \cos A = \frac{14}{9}$$

求 $\cos^2 C + \cos^2 A + 2\sin C \sin A \cos B =$ _____

20. 將 1,2,3,4,5,6,7,8,9 共九個數字任意填入九宮格中，數字不可重複，求 5 個奇數至少有 3 個可以連成一直線的機率為_____ (例如:右圖 2 種情形皆可)

6	2	1
7	3	4
5	8	9

1	3	5
7	2	4
9	8	6

113 學年度 國立彰化女中 第二次教師甄選初試 數學科參考答案

★填充題(每格 5 分，滿分 100 分)

1. $\frac{11}{13}$	2. 2	3. 1296	4. $\sqrt{3} - 1$	5. 376、625
6. $\frac{5 - \sqrt{10}}{3}$	7. $\frac{38\pi}{3} - 3\pi^2$	8. $\frac{\sqrt{3}}{2\pi} - \frac{1}{6}$	9. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	10. $\frac{\sqrt{5}}{2} + 3$
11. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$	12. 100	13. 22	14. $x-2y-4=0$	15. (-2,-3)
16. $8\sqrt{10}$	17. 13020	18. $1 - \frac{\sqrt{3}}{4}$	19. $\frac{111 \pm 4\sqrt{35}}{72}$	20. $\frac{7}{9}$