

臺北市立復興高級中學 113 學年度第二次專任教師甄選  
數學科教師甄選筆試題目卷

一、填充題：(80%。共 10 題，每題 8 分)

1. 函數  $f(x)$  為 49 次多項式， $f(k) = \frac{1}{k}$ ， $k = 1, 2, 3, \dots, 50$  皆成立，則  $f(-2) =$ \_\_\_\_\_。
2. 已知  $x, y$  為實數，且  $xy + x + y = 39$ ， $x^2y + xy^2 = 308$ ，求  $x^2 + y^2$  之最大值為\_\_\_\_\_。
3. 考慮滿足  $a^2 + b^2 = 49$ ， $c^2 + d^2 - 16c - 12d = -96$  的所有實數  $a, b, c, d$ ，求  $\sqrt[3]{16c + 12d - 2ac - 2bd - 47}$  的最小值為\_\_\_\_\_。
4. 同時投擲四個大小不同之骰子，點數和為 18 之情形有\_\_\_\_\_種。
5. 袋中有紅球 5 個、白球 3 個、黑球 4 個，若每球被選取的機會均等，今每次由袋中取一球，取後不放回，取完為止，則黑球最先取完的機率為\_\_\_\_\_。

6. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} \times \overline{AC} = 15$ ， $\angle A$  的角平分線長度為 3，則  $\triangle ABC$  的最大面積為\_\_\_\_\_。
7. 設  $f(x) = \left| \log \frac{x-k}{3} \right|$ ，其中  $k$  為實數。若坐標平面上  $P$ 、 $Q$  兩點的坐標分別為  $(1, f(1))$ 、 $(3, f(3))$ ，試問當  $k$  為\_\_\_\_\_時，直線  $\overrightarrow{PQ}$  的斜率會最大。
8. 在多面體  $ABCDEF$  中，已知平面  $ABCD$  是邊長為 1 的正方形，且  $\triangle ADE$ 、 $\triangle BCF$  均為正三角形， $\overline{EF} // \overline{AB}$  且  $\overline{EF} = 2$ ，則多面體  $ABCDEF$  的體積為\_\_\_\_\_。
9. 已知函數  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx$  在區間  $[-1, 1)$ 、 $(1, 3]$  內各有一個極值點，求  $a^2 - 4b$  的最大值為\_\_\_\_\_。
10. 設  $t$  為大於 0 的實數，欲使  $\int_0^t (\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x) dx$  有最大值，則此時實數  $t$  的最小值為\_\_\_\_\_。

二、計算證明題：(20%。共 2 題，每題 10 分)

1. 設矩陣  $A \in M_{m \times n}$ ,  $B \in M_{n \times m}$ ,  $I_m \in M_{m \times m}$ ,  $I_n \in M_{n \times n}$ 。若  $I_m - AB$  可逆，則  $I_n - BA$  可逆，試求  $(I_n - BA)^{-1}$ 。

2. 將一列 7 個小方格中最左邊的黑棋向右移動到最右邊的小方格，每次移動 1 格或 2 格：

- (1) 共有\_\_\_\_\_種將黑棋從最左格移動到最右格的移動方法。  
(2) 假設(1)中的每一種移動方法的機會均等，則「移動次數」的期望值為\_\_\_\_\_次。



臺北市立復興高級中學 113 學年度第二次專任教師甄選  
數學科教師甄選筆試答案卷

一、填充題：(80%。共 10 題，每題 8 分)

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{1325}{2}$	762	1	80	$\frac{20}{63}$
6.	7.	8.	9.	10.
$3\sqrt{6}$	-2	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	16	$\frac{2\pi}{3}$

二、計算證明題：(20%。共 2 題，每題 10 分)

1.  $I_n + B(I_m - AB)^{-1}A$

2. (1) 13 ; (2)  $\frac{58}{13}$  次