

# 新竹市立香山高級中學 113 學年度教師甄選題目卷

## 科目：高中數學科

▲選擇題：(單選題，每題 4 分，請就選項中選擇最適合的答案)

1. P 為圓 O 上的動點， $\overline{AB}$  為圓 O 直徑， $\overline{AB} = 10$ ，則  $2\overline{PA} + 3\overline{PB}$  的最小值為何？(A)23 (B)22 (C)21 (D)20
2. 有一正立方體的邊長為 1，已知  $\vec{a}$  為起點與終點皆為此正立方體的頂點之向量，且  $|\vec{a}| = 1$ ，則共有多少個不相等的向量  $\vec{a}$ ？(A)5 (B)6 (C)7 (D)8
3. 一公正的正立方體骰子，六面分別為 1、2、3、4、5、6 等六種點數，請問至少要擲一粒這樣的骰子多少次，才能保證至少有 3 次會出現相同的點數？(A)6 (B)7 (C)12 (D)13
4. 已知  $x + y + z = 1$ ， $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ ， $x^3 + y^3 + z^3 = 3$ ，則  $x^4 + y^4 + z^4$  的值為何？(A)  $\frac{25}{6}$  (B)  $\frac{25}{7}$  (C)  $\frac{25}{8}$  (D)  $\frac{25}{9}$
5. 已知  $a, b, c$  為正數，且  $a + b + c = 1$ ，則  $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1)$  的最小值為何？(A)10 (B)9 (C)8 (D)7
6. 兩組資料  $X, Y$ ，若  $Y$  對  $X$  的最適合直線為  $y = 30 + \frac{3}{5}x$ ，且  $X$  的平均數為 60，令  $s = -\frac{1}{2}x + 10$ ， $t = \frac{1}{6}y - 1$ ，且  $t$  對  $s$  的最適合直線為  $y = ax + b$ ，則  $a + b$  的值為何？(A)  $\frac{29}{5}$  (B)  $\frac{12}{7}$  (C)  $\frac{41}{23}$  (D)  $\frac{38}{15}$
7. P 為三角形內一點，P 為下列何者時，其到三角形三邊距離的乘積為最大？  
(A)內心 (B)重心 (C)垂心 (D)傍心
8. 多項式  $f(x)$  滿足  $f(1)=0$ ， $f'(1) = -15$ ，則  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{5h}$  的值為何？(A)3 (B)-1 (C)0 (D)-3
9. 四邊形 ABCD 面積為 32，已知  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AC}$  的長為整數，且其和為 16，請問這樣的四邊形有多少個？(A)3 (B)4 (C)5 (D)6
10. 以  $\Delta ABC$  三條中線為邊長所產生的三角形，其面積與  $\Delta ABC$  的面積比為何？(A)1:2 (B)3:4 (C)5:6 (D)4:9
11. 坐標空間中三相異平面  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  皆通過  $(-1,2,0)$ 、 $(3,0,2)$  兩點，請問以下哪一個點也同時在這三個平面上？(A)(2,2,1) (B)(4,-2,2) (C)(-2,4,0) (D)(-5,-4,0)
12. 在三維空間中，下列何者敘述為真？  
(A)  $3x - y = 0$  表示一直線 (B)  $2x - 4 = 0$  表示一平面  
(C)  $x^2 + y^2 = 1$  表示一個圓 (D)  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 2x + 3y - 6z = 36 \end{cases}$  表示一個圓
13.  $2^{100}$  的個位數字為何？(A)0 (B)2 (C)4 (D)6
14.  $2^{-|x|} - |\log_2 x| = 0$  有幾個解？(A)2 (B)1 (C)無限多解 (D)無解

背面尚有試題

15.  $2^{4-x} = x$  實根為  $\alpha$ ， $4-x = 2^x$  實根為  $\beta$ ，請問  $\alpha + \beta$  的值為何？(A)2 (B)3 (C)4 (D)5
16. 函數  $y = 2\sin 3x$  ( $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ ) 與直線  $y = 2$  圍成的封閉圖形，請問其面積為何？(A) $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{2\pi}{3}$  (C)  $\frac{4\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{3}$
17.  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$ ，則  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ -a^3 & 1 & -a \\ a^2 & a^3 & 1 \end{vmatrix}$  的值為何？(A)2 (B) $\frac{2}{3}$  (C)0 (D) $\frac{5}{7}$
18. 四邊形 ABCD 為等腰梯形， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$  為腰，且  $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{AB} // \overline{CD}$ ，則兩向量  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  的內積  $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$  為何？  
(A)18 (B)36 (C)24 (D)9
19. 大寶車輛進廠保養，維修工程師檢查後向大寶表示，車輛的 4 顆輪胎皆已過度磨損，須全數更換以維護行車安全，然而更換輪胎需先將舊輪胎拆下，而每顆輪胎都有一個主螺絲釘需要先行拔掉，才能拆卸該輪胎，請問一位工程師拆卸完 4 顆輪胎，共有多少種不同的順序(拔掉主螺絲釘，不一定要馬上拆卸輪胎)？  
(A)2520 (B)1260 (C)5040 (D)630
20. 已知橢圓  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  與雙曲線  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{k} = 1$ ，有共同的焦點  $F_1$ 、 $F_2$ ，若 P 是兩圖形的交點，則  $\Delta PF_1F_2$  的面積為何？  
(A)5 (B)3 (C)1 (D)2
21. 巴克球是由正五邊形與正六邊形組合而成，已知每一個正五邊形的周圍圍繞著 5 個正六邊形，每一個正六邊形周圍交錯圍繞著 3 個正六邊形與 3 個正五邊形，每個頂點由一個正五邊形與兩個正六邊形匯聚而成，則一個巴克球會有幾條稜線？(A)88 (B)89 (C)90 (D)91
22. 設  $g(x) = xf(x) + 1$ ，且  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 3$ ，則  $g'(0)$  的值為何？(A)3 (B)4 (C)5 (D)6
23. 直線  $y = x$  與拋物線  $y = x^3$  所圍成封閉區域的面積為何？(A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{6}$
24. 函數  $f(x)$  滿足  $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ ，且  $f'(0) = 0$ ，則  $f'(a)$  的值為何？(A)5a (B)4a (C)3a (D)2a
25. 設 A、B、C 皆為  $n$  階矩陣， $l, m \in N$ ， $a \in R$ ，下列何者有誤？  
(A)  $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$  (B)  $A(B-C) = AB - AC$   
(C)  $(aA)^m = a^m A^m$  (D)  $(A^l)^m = A^{lm}$

試題結束