臺北市立南湖高級中學 113 學年度第 1 次正式教師甄選

數學科試題

說明：
(1)本試卷共包含 14 題填充題，每題 5 分；3 題計算證明題，每題 10 分，共計 100 分。
(2)請將填充題答案填入答案紙上相應答案格內。
(3)答案須將整數乘開或分數化至最簡，答案正確且完整，才給分。

一、填充題 (14 題，每題 5 分)

1. 設 a,b 為正數，已知直線方程式 $L_1: 3x-y=0$ 、$L_2: 3x-y=a$ 、$L_3: x+y=0$ 、$L_4: x+y=b$ 。若此四條直線所圍成的平行四邊形面積為 $\sqrt{5}$，則此平行四邊形周長的最小值為________。

2. 試求使 $(2^x-4)^3+(4^x-8)^3=(4^x+2^x-12)^3$ 成立之所有實數 x 之和為________。

3. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1=1$ ，$a_2=2$ ，$a_3=1$，且對於每一個自然數 n ，$a_n a_{n+1} a_{n+2} \neq 1$

又 $a_n a_{n+1} a_{n+2} a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}$ ，則 $\sum_{k=1}^{113} a_k =$________。

4. **試計算** $\log_8(\tan 1^\circ+\sqrt{3})(\tan 2^\circ+\sqrt{3})(\tan 3^\circ+\sqrt{3})......(\tan 29^\circ+\sqrt{3})$ **之值為________。**

5.將 7^{2024} **除以 13 後，得餘數為 ______________。**

6.設 $f(x)$ **為首項係數為 1 的實係數多項式函數，對任意實數** x**，**$(x-1)f(x+1)=(x+2)f(x)$ **恆成立，則** $f(x)=$ **_________________。**

7.若函數 $f(x)=\sqrt{24-4x}+\sqrt{5x+15}$ **(其中** $-3\le x\le 6$**)的最大值為** M **，最小值為** m**，則數對** $(M,m)=$ **_________________。**

8.解不等式 $\log(10^x+200)>\dfrac{x}{2}+1+\log 3$**，得解為 ______________。**

9. 平面上，有一橢圓$\Gamma:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$和一直線$L:x+y=10$，以$\Gamma$的兩焦點為兩焦點且過$L$上一點的所有橢圓中，長軸長的最小值為 ________________。

10. 已知在空間中有$A(2,0,3)$、$B(-1,0,6)$、$C(4,0,3)$、$D(3,-2,2)$四點，一動點P在直線$\overleftrightarrow{CD}$上，則ΔPAB面積的最小值為 ________________。

11. 設四面體$P-ABC$中，$\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC},\ \overline{AC}=12,\ \angle ACB=90^\circ$，若點$P$到$ABC$所在平面的距離為 6，則點$P$到$\overleftrightarrow{BC}$的距離為 ________________。

12. 某項比賽到最後剩下甲、乙兩隊要進行冠軍爭奪戰，兩隊事先排定選手出戰順序，並已公布不可變更，冠軍爭奪戰方式如下：

(1)兩隊各派出 6 名選手，並按事先已排定順序進行 6 場比賽。

(2)每場由兩隊依序派出一位選手比賽，並定出輸贏沒有平手。

(3)第一場由兩隊第一位選手對戰，輸的選手被淘汰，贏的一方繼續留在場上對戰對方的下一位選手。

(4)當有一隊的選手全部都被淘汰時，留在場上的一方即奪得冠軍。

(5)例如：甲隊第一位選手依序將乙隊第一位到第六位選手全部淘汰時，甲隊即奪得冠軍。

請問要產生冠軍的賽程(上述(5)中舉例，即是一種賽程)，一共有 ________________ 種。

13.已知甲、乙兩袋中各有大小相同的球 3 個：甲袋中有 2 個編號 1 的球和 1 個編號 2 的球，乙袋中有 1 個編號 1 的球和 2 個編號 2 的球。每次自某袋中隨機抽取 1 球後，若是編號為 1，則選擇甲袋繼續抽取 1 球，若是編號為 2，則選擇乙袋繼續抽取 1 球，惟每次抽取出來的球隨即放回原袋中；如此一直操作下去。今從甲袋開始第一次取球，並將第 n 次取到 2 號球的機率記為 $P(n)$，若以 n 表示 $P(n)=a+\frac{b}{3^n}$，則常數數對 $(a,b)=$ ________。

14.已知線性變換 f 將過點 $(3,1)$ 的直線 L 映射到過點 $(3,1)$ 且與直線 L 垂直的直線，若線性變換 f 由矩陣 $A=\begin{bmatrix}2 & a\\0 & 1\end{bmatrix}$ 表示，直線 L 的斜率為 m，則數對 $(a,m)=$ ________。

臺北市立南湖高級中學 113 學年度第 1 次正式教師甄選

數學科參考答案

說明：

(1) 本試卷共包含 14 題填充題，每題 5 分；3 題計算證明題，每題 10 分，共計 100 分。

(2)請將填充題答案填入答案紙上相應答案格內。

(3)答案須將整數乘開或分數化至最簡，答案正確且完整，才給分。

一、填充題 (14 題，每題 5 分)

1.	**2.**	**3.**	**4.**
$2\sqrt{10}$	$\frac{7}{2}+\log_2 3$	225	$\frac{29}{3}$
5.	**6.**	**7.**	**8.**
3	x^3-x	$(9,6)$	$x<2$ 或 $x>2+2\log 2$
9.	**10.**	**11.**	**12.**
$\sqrt{218}$	$\sqrt{6}$	$6\sqrt{2}$	**924**
13.	**14.**		
$(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	$(-3,1)$ 或 $(-3,2)$		