

新北市公立高級中等學校 113 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算證明題 2 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新聞稿專用

新北市公立高級中等學校 113 學年度教師聯合甄選
數學科試題

一、填充題：共 10 題，每題 7 分

1. 空間中有一正三角形，其三頂點投影到 xy 平面後，形成邊長為 2 、 3 、 $2\sqrt{3}$ 的三角形，試求原正三角形的邊長？
2. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ，求 $f^{(113)}(2024)$ 之值？
3. 最簡分數 $\frac{m}{n}$ 化成循環小數後為 $0.\overline{5AB}$ ，試問 m 的最小值？
4. n 顆球，丟入 20 個箱子中(可以有空箱)，若要保證存在 4 個箱子的球數一樣多，試問 n 最大是多少？
5. 已知 a, b, c 皆為正數，且 $3a + 4b + 5c = 6$ ，求 $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$ 的最大值？
6. 已知 $\tan 13^\circ$ 、 $\tan 32^\circ$ 是方程式 $px^2 + x + q = 0$ 的兩個正根，則 $p - q = ?$
7. 將集合 $\{512a + 64b + 8c + d \mid a, b, c, d \text{ 為整數且 } 0 \leq a, b, c, d \leq 7\}$ 中的元素依序從小排到大，則第2023個數對應的 $a + b + c + d$ 之值為何？
8. 求極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(2n)!}{n!n^n} \right)^{\frac{1}{n}}$ 的值？
9. 假設投擲某金幣一枚出現正面與反面的機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，試問平均要連擲幾次金幣，才會出現連續三次正面？
10. 已知 $|p| \leq 1, |q| \leq 1$ ，則 $pq + \sqrt{(1-p^2)(1-q^2)}$ 的最大值為何？

二、計算證明題：共 2 題，每題 15 分

1. 有一數列， $a_0 = 1, a_1 = 3$ ，對於自然數 n 時， $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ ，試證 a_n 不會是5的倍數。
2. 已知某三角形的三邊長為三個連續整數，且最大角為最小角的兩倍，求此三角形的外接圓面積？