

$$\sqrt{z(x-z)} + \sqrt{z(y-z)} \leq \sqrt{xy} \quad (\leftarrow \text{成立原因 } \sqrt{z(x-z)} + \sqrt{z(y-z)} \text{ 非負})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{z(x-z)} + \sqrt{z(y-z)})^2 \leq (\sqrt{xy})^2 \Leftrightarrow z(x-z) + z(y-z) + 2z\sqrt{(x-z)(y-z)} \leq xy$$

$$\Leftrightarrow -z^2 = xz + yz - 2z^2 - xz - yz + z^2 + 2z\sqrt{(x-z)(y-z)} \leq xy - xz - yz + z^2 = (x-z)(y-z)$$

二、非選題 (52 分) $\Leftrightarrow 2z\sqrt{(x-z)(y-z)} \leq (x-z)(y-z) + z^2$

1. 已知有三正數 x, y, z 滿足 $x > z$ 且 $y > z$, 試證明 $\sqrt{z(x-z)} + \sqrt{z(y-z)} \leq \sqrt{xy}$ (13 分)

2. 在坐標空間中, xz 平面上有一直線 $L: \sqrt{3}x - z - 6 = 0$, 將此直線繞 z 軸旋轉得到一個直圓錐

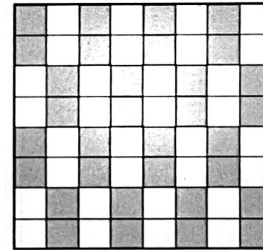
面, 此圓錐面和 xy 平面圍成一個圓錐體。現將一球塞進此圓錐體中, 則此球面半徑最大

2024.4.24 (三)
Home
Ru
23:16

時的球心坐標為 $(0, 0, -2)$
 (13 分) $\begin{array}{c|c|c} x & 2\sqrt{3} & 0 \\ \hline z & 0 & -6 \end{array}$ $\frac{6-r}{r} = 2 \Rightarrow r = 2$
 $\Rightarrow (0, 0, -2)$

3. 右圖為一個 8×8 的黑白色棋盤, 現欲將此棋盤分割成 n 個矩形, 規定不能破壞棋盤上的任何一格, 並且須滿足下述二個條件:

- (1) 每一個矩形中白格與黑格的個數相等;
- (2) 若 a_i 為第 i 個矩形的面積, 則 $a_1 < a_2 < \dots < a_n$



試問滿足上述分割的最大可能 n 值為何? 並且畫出此 n 值的所有分割。

(13 分) $h=7$

4. 如果現在欲指導學生進行數學專題研究, 請以上題(第 3 題)為題材延伸, 試擬定這份專題的研究題目, 並撰寫研究目的、研究步驟, 及簡要研究過程, 以及說明您如何指導學生進行專題研究。

(13 分)

建
中
通
訊
解
題
#59
期