

臺北市立第一女子高級中學 113 學年度第一次正式教師甄選

數學科測驗題試題暨答案

填充題

1. 令  $x = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2024 + \sqrt{2024 + \sqrt{2024 + \sqrt{2024 + \sqrt{2024}}}}}}}}}$ ，其中 2024 共出現 2024 次，則  $[x] = \underline{45}$ 。

註： $[x]$  表示小於或等於  $x$  的最大整數。

2. 不等式  $\log(x^2) + \sqrt{(\log x) - 1} < 5$  的實數解為  $\underline{10 \leq x < 100}$ 。

3. 連續投擲公正硬幣 8 枚並排成一列，則有出現相鄰兩枚都是正面的機率為  $\underline{\frac{201}{256}}$ 。

4. 在  $\triangle ABC$  中，已知點  $D$  在  $\overline{BC}$  上且  $\overline{BD}:\overline{DC}=1:3$ ，點  $F$  與點  $G$  都在  $\overline{CA}$  上且  $\overline{CF}:\overline{FG}:\overline{GA}=1:1:2$ ，點  $H$  在  $\overline{AB}$  上且  $\overline{AH}:\overline{HB}=1:2$ 。若  $\overline{DG}$  與  $\overline{FH}$  交於  $P$  點，則  $\overline{FP}:\overline{PH} = \underline{9:14}$ 。

5. 設橢圓  $\Gamma$  的中心為原點，且其長軸落在  $x$  軸上。以原點為旋轉中心，逆時針旋轉銳角  $\theta$  的線性變換，將  $\Gamma$  變換為新橢圓  $\Gamma': 91x^2 - 24xy + 84y^2 - 300 = 0$ 。已知在  $\Gamma$  上的一點  $P$  經由此旋轉後得到的點  $P'$  落在  $y$  軸正向，則  $P$  點的坐標為  $\underline{\left(\frac{4\sqrt{7}}{7}, \frac{3\sqrt{7}}{7}\right)}$ 。

6. 已知  $f(x)$  為三次實係數多項式，且三次項係數為 1。若  $f(x)$  滿足  $f(-1)$ 、 $f(0)$ 、 $f(1)$  依序成等差數列且  $f(0)$ 、 $f(1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(3)$  依序成等比數列，則  $f(x) = \underline{x^3 + 5x + 6}$ 。

7. 若  $[x]$  表示小於或等於  $x$  的最大整數，則  $\int_0^{10} [x[x]] dx = \underline{303}$ 。

8. 設  $k$  為實數，且方程式  $(x + \sqrt{3} + ki)^5 = 32i$  有兩相異實根，其中  $i = \sqrt{-1}$ ，則所有  $k$  的可能值之總和為  $\underline{-1}$ 。