

如何以自由軟體「R」輔助高中機率統計課程的學習

林炯伊

國立臺灣師範大學數學所統計組

臺北市立麗山高中

一、序言

資訊融入教學的教育價值

資訊融入教學的一大優勢就是可以「做中學」，例如圓周角或等弧對等角性質，我們可以在 GGB 裡直接「拉動圓弧上一點」來觀察；另外，指對數、三角等函數圖形的各種性質，也可以在 GGB 介面中動態的呈現。因此，其學習效果是傳統板書教學難以達到的！相對於幾何單元，對於機率與統計，資訊融入教學的發展腳步反而較為緩慢，然而這個單元卻很適合與電腦一起搭配學習，因此筆者於麗山高中任職時，嘗試將 R 軟體的統計功能應用於教學現場，期待能對統計方面的教學作一些補充。

R 軟體與 GGB 軟體的不同定向

由於眾多令人欣賞的功能，多數教師都喜歡使用 GGB 軟體。事實上，在機率統計單元中，R 軟體和 GGB 軟體都可以做為好用的工具，教學上精彩可期。不過兩者使用的時機與定向不同，各有其擅場。GGB 在教學演示上可以發揮得淋漓盡致，R 軟體則擁有強大的運算功能，能協助研究更複雜的問題。

在機率統計單元上，教師若選擇使用 R 軟體有一個長遠的好處，其可以銜接大學的統計課程，即使對於社會科學，R 軟體可以取代 SPSS 或 SAS 等統計套裝軟體，學生有機會在高中數學接觸到未來的課程。因此，將 R 軟體做為補充 GGB 的資訊教學工具，對學生來說不啻為一種有意義的選擇。

R 軟體的背景簡介

「R」是一款專為統計而創的免費自由軟體，由奧克蘭(Auckland)大學統計系的兩位研究員：Robert Gentleman 與 Ross Ihaka 及其他志願人員於 1995 至 1997 年所開發，雖然原始對象為專業的統計工作者，但過去的十多年來，世界各地皆有愛好者採用，共同回饋、開發出更多好用的功能，至今仍蓬勃發展中。由於 R 是免費軟體並且提供所有原始碼，所以各大專院校的統計課程也都紛紛捨棄 SAS、SPSS、Matlab 等商業套裝軟體而改用 R。

由於 R 軟體具備靈活的實驗模擬以及矩陣運算等功能，在教學上，有助於學生理解機率與統計單元中，某些只靠講述法難以證明或了解的內容，例如：二項分配的近似分配、信賴區間、68-95-99.7 規律、複雜或不直觀的機率問題、馬可夫鍊的收斂...等。另一方面，R 軟體也有助於教師開發新的研究專題、出考題



甚至應用在班級經營。例如：以往不研究的「必須大量排容原理或分組討論的機率問題」、快速的因數分解、各種數值計算(積分)、矩陣運算與反矩陣、隨機的班級座位表...等。綜上所述，筆者認為 R 軟體是一款有潛力同時也有魅力的統計軟體，值得將之運用於教學現場，因此希望能介紹給大家認識。

本文架構介紹

本文中，筆者首先比較 GGB 軟體與 R 軟體的異同，讓熟悉 GGB 的讀者能連接其教學經驗，並對 GGB 與 R 軟體使用的時機有更清楚的認識。接著，筆者介紹 R 方便的「模擬實驗」功能，其作用恰如利用 GGB 來模擬研究幾何問題。最後，筆者也將簡介 R 軟體的矩陣運算功能以及 3D 作圖。透過 R 軟體的協助，讓我們期待機率與統計單元也能夠透過電腦「做中學」！

二、R 軟體與 GGB 軟體的功能比較：

(一)、GGB 與 R 軟體的使用時機

建立大樣本時，GGB 軟體時常遭遇速度緩慢的問題。但是在高中數學的範圍內，GGB 優秀的演示功能搭配「重新計算所有亂數」在教學上就非常的好用了。但是在指令 Randombinomial 上，需要有二項式分配的概念，高一學生還沒有學二項式分配，必須特別注意。

GGB 在抽樣與計算上的最大限制除了速度外，還有兩個主要的限制。

其一、其替代的迴圈功能限制太大，無法做出雙重迴圈效果。

其二、GGB 雖有好用的「代數區自定工具」，卻不能發揮很強的計算效果。

對於 GGB 的限制，R 軟體則可以利用迴圈功能上的優勢，寫小函數來化簡複雜的問題。例如：「投擲一枚公正硬幣 100 次，過程中發生連續 8 次以上正面的機率為何？」若用 1 表示正面，0 表示反面。R 可以先寫一個小函數將數列 1,1,1,0,0,1,0,1,1,1,1,0 轉為 3,1,4，再討論出現連續正面的情況與機率，由於 GGB 沒有雙重迴圈，則不易做出這個問題。

另外，如果想要研究很大的數字，例如：中山大學雙週一題 98 學年度第 2 學期第 5 題：「設 $90!$ 的末位非零三位數為 n ，試求 n 值？」沒有一台計算機能直接算出 $90!$ ，但利用 R 方便的迴圈功能，可以將每一位數記錄在一個數列中，末項代表個位數，再依序為十位數、百位數...等，因而在 0.2 秒內求出這個天文數字的每一位！

綜上所述，依照教學或科展研究使用以及問題複雜程度的不同，教師可以自行決定兩者的使用時機。筆者亦將兩種軟體的優勢，做成下表以供參考：

展示與繪圖功能	
GGB	R
可以藉由繪圖區，搭配數值滑桿、按鈕以及滑鼠拖曳來生動的呈現。 (優)	雖可以畫出各式統計圖形，但是沒有 GGB 的數值滑桿來的方便。
GGB4.0 還不支援 3D 圖形	支援 3D 圖形，還可以任意上下左右旋轉，以及在空間座標加點、直線或曲線。 (優)

研究功能	
GGB	R
沒有直接的迴圈功能，只能使用 Sequence 搭配 If 等，產生簡單的迴圈效果，對於複雜的機率問題，就難以模擬研究。例如： 投擲一枚公正硬幣 100 次，過程中發生連續 8 次以上正面的機率為何？ (約 0.17) 另外，GGB 的指令常常要擠在同一行，而且單一個指令都很長，不利於撰寫或了解複雜的多重指令。詳見下一頁。	提供靈活的迴圈功能以及豐富的現成指令，可以模擬所有的機率與統計問題。 (優)

註 1：軟體版本為 GGB 4.0 與 R 2.12.2

註 2：電腦作業系統為 Windows XP，Pentium(R) 4 CPU 3.20GHz

註 3：GGB 試算表只有 9999 列可用，列數多的時候速度緩慢。

註 4：GGB 建立大樣本時如果利用數值滑桿，速度會變快很多，但是在切換視窗、選單等時候還是造成嚴重 lag。

註 5：GGB 所需的運算時間並不穩定，若同時計算或抽樣，會導致更嚴重的 lag。

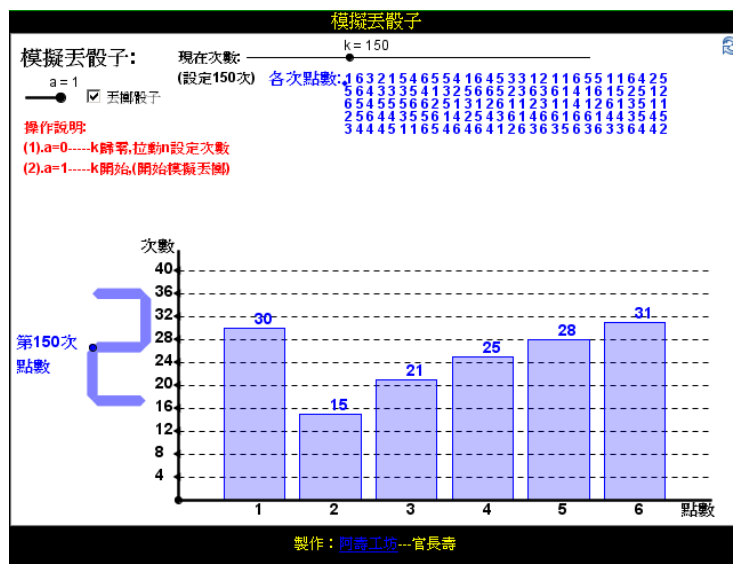
運算功能			
項目 \ 軟體		GGB	R
速度	隨機抽樣(0,1) 20 萬次	11 秒	0.1 秒
	隨機抽樣(0,1) 30 萬次	41 秒	0.1 秒
	隨機抽樣(0,1) 40 萬次	4 分 47 秒	0.1 秒
	抽樣後的系統速度	經常嚴重 lag	無任何影響 (優)
	中斷程式	不可	按 Esc (優)
顯示	1 位數的數列最大長度	2517	皆長達 100000 (優)
	2 位數的數列最大長度	1636	
	3 位數的數列最大長度	1212	

指令比較		
效果	GGB	R
數列 s 中小於 3 的個數	Countif[x<3,s]	sum(s[s<3])
數列 s 中小於 3 的項	Keepif[x<3,s]	s[s<3]
{1,1,...,1} 共 100 項	Sequence[1,k,1,100]	rep(1,100)
{1,2,3,...,1000}	Sequence[1000]	c(1:1000) 或 1:1000 即可
{1,1,...,1,2,2,...,2,3,3,...,3} 60 個 1，80 個 2，100 個 3	a=Sequence[1,k,1,60] b=Sequence[2,k,1,80] c= Sequence[3,k,1,100] Join[a,b,c]	rep(1:3,c(60,80,100))
等差數列{4,7,10,...,103}	Sequence[k,k,4,103,3]	seq(4,103,3)
{5,...,100} 共 26 項成等差	Sequence[5+(k-1)*95/25,k,1,26]	seq(5,100,length=26)
{0,1,0,1,0,1,...,0,1} 共 100 項	Join[Sequence[{0,1},k,50]]	rep(c(0,1),50)
從{0,1}隨機抽樣 100 次	Sequence[Randombetween[0,1],k,1,100]	sample(0:1,100,replace=TRUE)
袋中有 5 白球，6 紅球，7 黃球，隨機抽出 6 球，取後不放回	很複雜！	x=rep(1:3,c(5,6,7)) sample(x,6)
查詢指令"function"詳細用法與範例	須上網查詢	?function

(二)、GGB 與 R 軟體教學例題比較(以模擬丟骰子與信賴區間教學為例)

比較 1. 模擬丟骰子 150 次，並統計各點數的出現次數

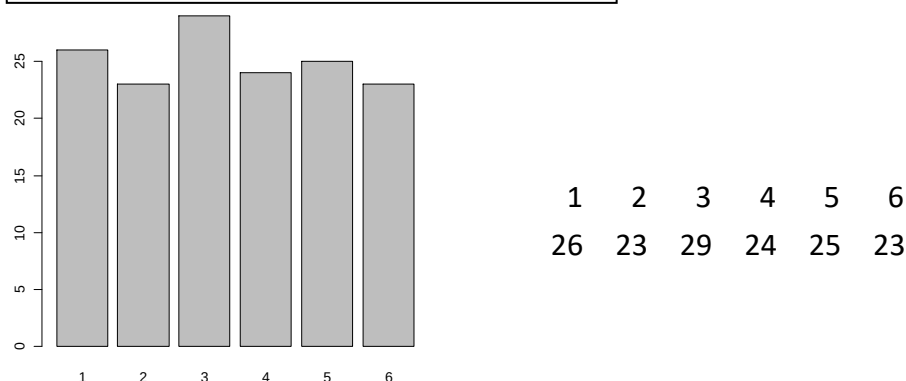
(1) 使用 GGB (取自阿壽工坊，羅東高中官長壽老師製作)：



(2) 使用 R 軟體

開啟 R 之後，將下列 3 行指令複製貼上即可得到模擬結果。只要改變其中一小部分，例如將 150 改成 5000 就變成模擬 5000 次。

```
x=sample(c(1:6),150,replace=TRUE)
y=table(x);y
barplot(y)
```



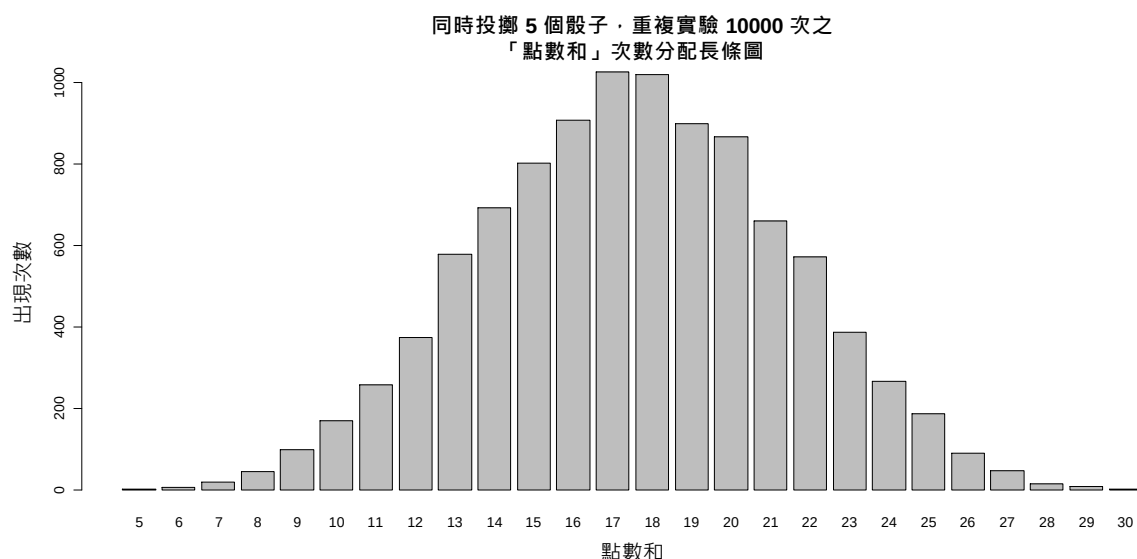
雖然在此處展現的 R 沒有像 GGB 一樣美觀，但它可以輕易地完成下列更複雜的模擬實驗：

- 重複實驗十萬次，百萬次以上(可以求得很好的機率近似值，與理論值較接近。)
- 改用自行設定的不公平骰子做實驗
- 模擬條件機率的近似值，例如:已知點數為偶數，則點數小於 5 的機率為何?
(條件機率需要更龐大的樣本以求得理論近似值。)

d.同時丟出多個骰子，計算點數和的分布或各種條件機率問題

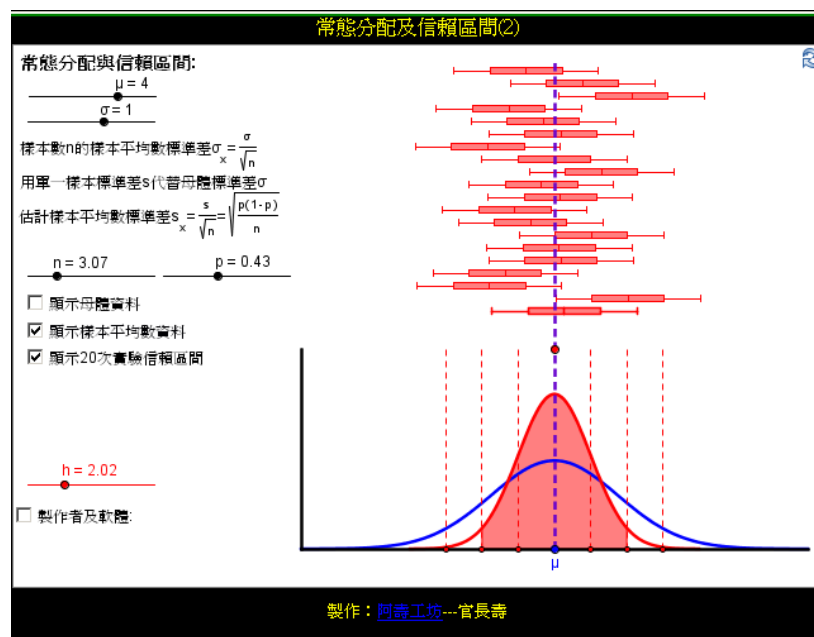
例如：同時丟出 5 個公正骰子，已知點數和為質數，若 5 個骰子中點數最小者為 x ，則 x 小於 3 的機率為何？ A:約為 0.9039044 (模擬擲骰子一百萬次的結果)

綜合以上，將上述 3 行指令稍作修改成函數 `dice`，輸入 `dice(5,10000)` 即可模擬「同時丟出 5 個公正骰子 10000 次，其點數和之次數分配長條圖」：

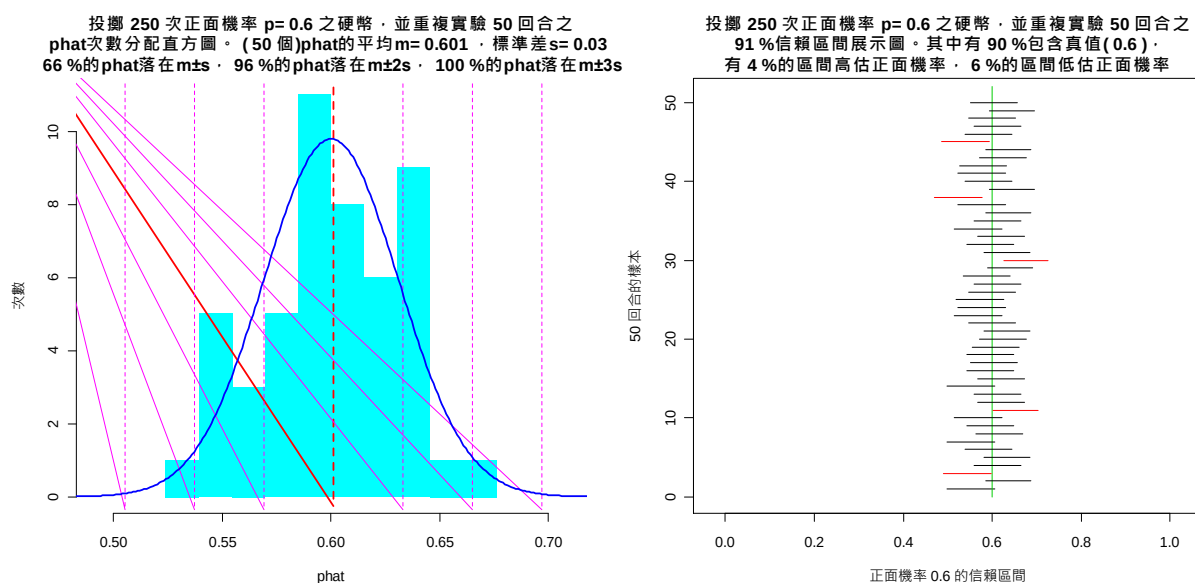


比較 2. 信賴區間的模擬實驗與學習

(1) 使用 GGB (取自阿壽工坊，羅東高中官長壽老師製作)：



(2) 使用 R 軟體 (筆者撰寫之 CI 函數，請見附錄。)



指令為：

```
CI(p=0.6,n=250,c=91,rep=50,hist=TRUE)
```

直方圖為此次抽樣的正面比率 (p) 之次數分配圖；曲線為理論上的常態分布。

(三)、R 軟體對信賴區間的教學示範

承上，筆者運用 R 軟體的功能，對信賴區間的教學做出三種不同的教學討論示範。

教學討論一：信賴區間的意義觀察

信賴區間的概念中，信心水準常常與機率發生混淆，因此相較於單純的講述教學，具體的從實際操作觀察來獲得信賴區間的概念，將有助於理解教師的講述與加深印象。教學上可以觀察與討論：

1. 對於某一次抽樣所計算出的信賴區間例如： $[0.5721, 0.6759]$ ，其包含真值的機率不是 1 就是 0
2. 100 個 95% 信賴區間，大約有 95 個包含真值。(區間個數與信心水準可以任意設定)
3. 區間長度與每次抽樣所設的樣本數 n 、母體參數 p 之關係
4. 極端的真值 p (例如 $p=0.03$) 對於信賴區間的影響
5. 高、低估真值的情形與真值 p 的關係

參考指令：

```
CI(n=200,c=95,rep=100,head=TRUE)
```

教學討論二：實務上，民調公司關注的是所需樣本數

課本上的信賴區間使用在生活中，關注的重點不盡相同，因此會出現實務上和理論上的落差。舉例來說，民調公司關注的是問卷抽查的有效樣本數，以計算發問卷的成本，課本中則注重計算出信賴區間的結果與解讀，兩者的聚焦之處十分不同。筆者認為這可以做為課堂間很好的補充，使學生能活用所學。

客戶要求的最大誤差	客戶要求的信心水準 (%)	民調公司計算的 最少有效樣本數 (個)
0.03	90	752
0.03	95	1068
0.03	99	1844
0.01	90	6764
0.01	95	9604
0.01	99	16588

參考指令：

CI(e=0.03,c=90,rep=100,head=TRUE)

教學討論三：抽樣結果與常態分配之比較

信賴區間的前提是，假設當樣本數夠大時，二項分配會近似於常態分配。平常我們都直接拿這個前提來使用，容易讓學生感到一頭霧水，這個結果在高中雖然難以證明，但我們可以藉由電腦模擬，使學生獲得類似經驗歸納的驗證，情意上較能接受這個前提，達到更好的教學效果。

1. 抽樣的正面比率分布(p 的分布)與樣本數 n 、回合數 rep 的關係。

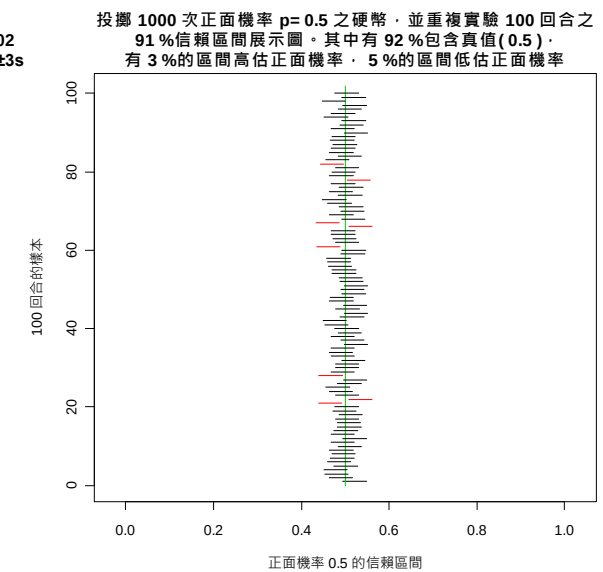
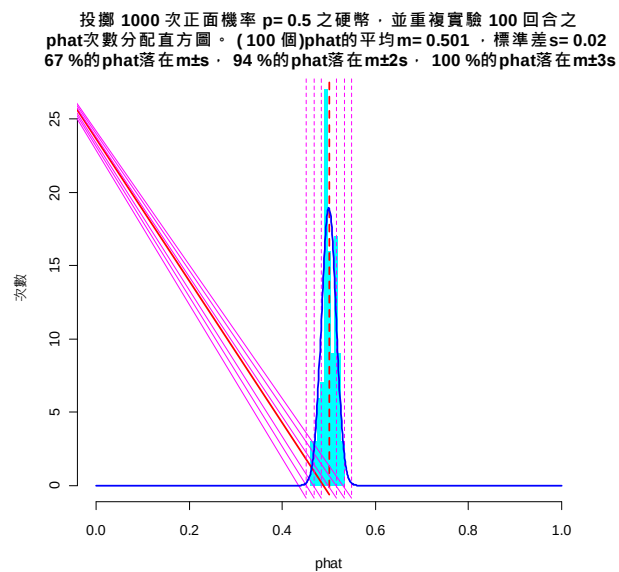
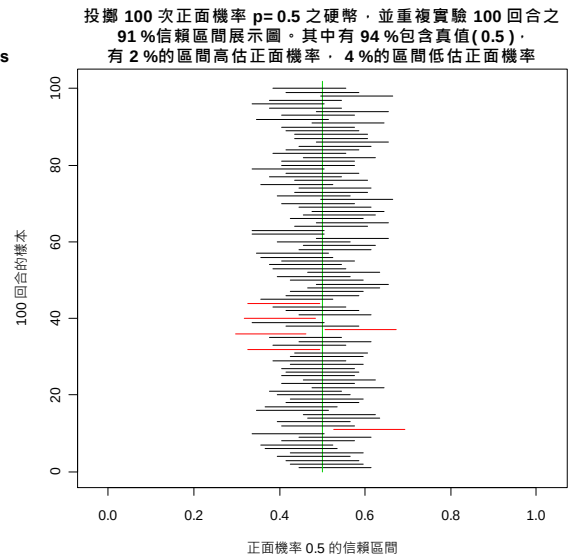
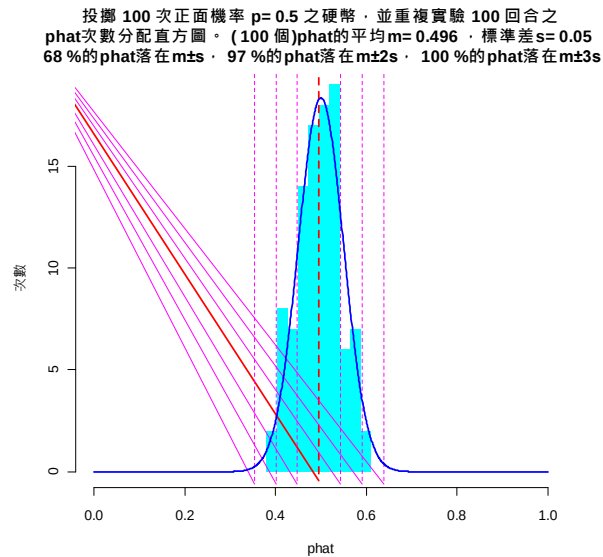
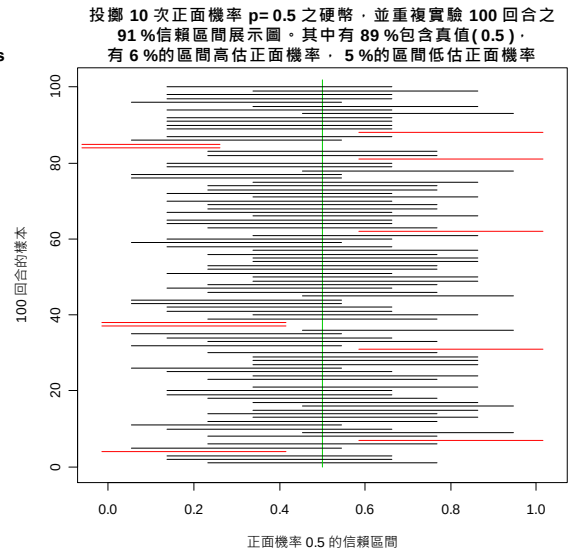
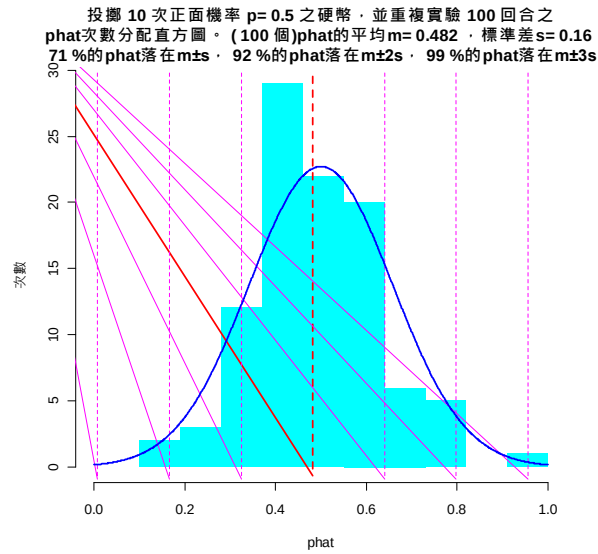
2. 驗證 p 的分布是否具有常態分配的 68-95-99.7 規律

樣本數 $n=10, 100$ 與 1000 的例子如下：

參考指令：

CI(n=100,c=91,rep=100,head=TRUE,hist=TRUE,xlim.h=c(0,1))

請自行更改指令中 n 的值



三、R 軟體與機率問題：

教學上，我們可運用 R 軟體於課堂中展示一些機率問題的模擬實驗。模擬實驗的意思是指，當我們討論某事件發生的機率時，若一步一步地依照問題的敘述做實驗並重複許多次，再計算某事件發生次數與總實驗次數的比值，即可稱為對此事件發生機率的模擬實驗。雖然實驗的結果幾乎總是不會剛好等於理論上的機率，而只是近似值，但筆者認為教學上展示這樣的過程，對學習具有下列的好處：

1. 可以清楚掌握題意
2. 不僅學習到事件發生次數的期望值，還可以認識變異數
3. 檢查自己算出來的理論值是否合理
4. 可以研究難以計算理論值的機率問題
5. 遇到條件機率時，加深對公式 $P(A_k | B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum P(A_i)P(B|A_i)}$ 的了解

模擬實驗的步驟可條列如下：(更詳細的指令說明請參見附錄)

(一)、模擬簡單的問題

步驟 1. 建立樣本空間

例如袋中有 3 白球，2 紅球可以用數列 0,0,0,1,1 來表示。輸入 `x=c(0,0,0,1,1)`

步驟 2. 用「sample」指令做抽樣

例如從步驟 1 的袋中隨機取球，一次取一顆且取後放回，共取 10000 次。輸入 `s=sample(x,10000,replace=TRUE)`

步驟 3. 用「==」、「sum」篩選與計算所要的樣本數

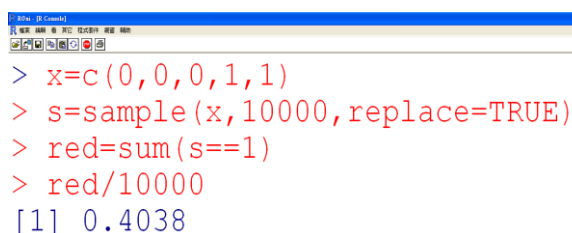
例如計算步驟 2 所抽出的紅球次數。輸入 `red=sum(s==1)`

步驟 4. 計算比例

例如計算步驟 1 抽出紅球的機率近似值。輸入 `red/10000`

指令整理如下 (直接複製下列指令至 R 中，即可得到右欄的模擬抽球 10000 次結果)

```
x=c(0,0,0,1,1)
s=sample(x,10000,replace=TRUE)
red=sum(s==1)
red/10000
```



```
> x=c(0,0,0,1,1)
> s=sample(x,10000,replace=TRUE)
> red=sum(s==1)
> red/10000
[1] 0.4038
```

(二)、模擬較複雜的問題

以下題為例 (出自余文卿、李白飛主編的龍騰版數學(甲)上冊課本)

從 10 個紅球與 8 個白球中隨機取出 2 個球。試求條件機率

$$P(\text{兩球皆紅球} | \text{至少取到一顆紅球}) = ?$$

步驟 1. 建立樣本空間

創造長度 18 的數列，1 代表紅球，0 代表白球

```
x=rep(c(1,0),c(10,8))
```

步驟 2. 用「sample」、「replicate」指令做抽樣

重複實驗 10000 次，得到維度 2×10000 的矩陣 A。輸入

```
A=replicate(10000,sample(x,2))
```

步驟 3. 用「==」、「>=」、「sum」

篩選與計算所要的樣本數

將 A 的第 1 列 + 第 2 列，得到數列 s。輸入

$$s=A[1,]+A[2,]$$

計算 s 中 2 的個數。輸入

```
n=sum(s==2)
```

計算 s 中大於等於 1 的個數。輸入

```
m=sum(s>=1)
```

步驟 4. 計算比例

所求條件機率之近似值。輸入 n/m

求算機率：

$$P(\text{兩球皆紅球} | \text{至少取到一顆紅球})$$

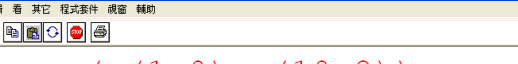
$$= \frac{P(\text{兩球皆紅球})}{P(\text{至少取到一顆紅球})}$$

$$= \frac{P(\text{兩球皆紅球})}{1 - P(\text{兩皆顆白球})}$$

$$= \frac{C_2^{10} / C_2^{18}}{1 - C_2^8 / C_2^{18}}$$

$$= \frac{9}{25} = 0.36$$

```
x=rep(c(1,0),c(10,8))
A=replicate(10000,sample(x,2))
s=A[1,]+A[2,]
n=sum(s==2); m=sum(s>=1)
n/m
```



The screenshot shows the RGui - [R Console] window. The menu bar includes '檔案' (File), '編輯' (Edit), '看' (View), '其它' (Other), '程式套件' (Packages), '视窗' (Windows), and '輔助' (Help). The toolbar contains icons for file operations and execution. The console displays the following R code and its output:

```
> x=rep(c(1,0),c(10,8))
> A=replicate(10000,sample(x,2))
> s=A[1,]+A[2,]
> n=sum(s==2); m=sum(s>=1)
> n/m
[1] 0.3591652
```



(三)、模擬複雜的問題 (I)

以下題為例 (出自余文卿、李白飛主編的龍騰版數學(甲)上冊課本)

張家有 1 男 1 女兩個小孩，李家有 2 男 1 女三個小孩。今任意抽選一家並從這家選出 1 小孩。假設每一家被選中的機會均等，而且每一家中每一小孩被選中的機會均等，求被選出的小孩為男孩的機率？

步驟 1 建立樣本空間 與 記錄模擬結果之數列 z

以 2 代表張家，3 代表李家

`x=c(2,3)`

以 `x2`、`x3` 分別代表張、李家小孩數列，1 為男孩，0 為女孩

`x2=c(1,0)` ; `x3=c(1,1,0)`

建立記錄抽樣結果之數列 `z`，設定模擬抽取 10000 次

`z=rep(0,10000)`

步驟 2 用「sample」、「for」、「if」、「else」指令做抽樣

使用迴圈將 10000 次的抽取記錄成 `z`

`for(i in 1:10000)`

{

`if(sample(x,1)==2)`

`{z[i]=sample(x2,1)}`

`else{z[i]=sample(x3,1)}`

}

步驟 3 用「==」、「sum」篩選與計算所要的樣本數計算選出為男孩的次數

`n=sum(z==1)`

步驟 4 計算比例

所求機率之近似值

`n/10000`

指令整理如下 (直接複製下列指令至 R 中，即可得到右欄之模擬結果)

```
x=c(2,3)
x2=c(1,0);x3=c(1,1,0)
z=rep(0,10000)
for(i in 1:10000)
{
  if(sample(x,1)==2)
  {z[i]=sample(x2,1)}
  else{z[i]=sample(x3,1)}
}
n=sum(z==1)
n/10000
```

求算機率：

$P(\text{男孩})$

$= P(\text{張家的男孩})$

$+ P(\text{李家的男孩})$

$= P(\text{男孩}|\text{張家})P(\text{張家})$

$+ P(\text{男孩}|\text{李家})P(\text{李家})$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{12} \approx 0.5833$$

```
RGui [R Console]
檔案 編輯 格式 窗口 幫助
> x=c(2,3)
> x2=c(1,0);x3=c(1,1,0)
> z=rep(0,10000)
> for(i in 1:10000)
+ {
+   if(sample(x,1)==2)
+   {z[i]=sample(x2,1)}
+   else{z[i]=sample(x3,1)}
+ }
> n=sum(z==1)
> n/10000
[1] 0.5821
```

(四)、複雜的問題 (II)

以下題為例 (出自許志農、黃森山主編的龍騰版選修數學一)

一種檢驗某傳染病的儀器，依過去的經驗得知：患此病的人，有 90% 的機率經此儀器檢驗會呈現陽性反應；不患此病的人，也有 5% 的機率會被誤檢而呈現陽性反應。假設某地區有 6% 的人罹患此病，從此地區中任選一人接受檢驗，若檢驗結果呈陽性反應，求此人確實罹患該病的機率。

步驟 1 建立樣本空間 與 記錄模擬結果之矩陣 z

建立該地區的樣本空間，1 代表患病，0 代表沒患病

```
x=rep(c(1,0),c(6,94))
```

建立病人 x1 與健康人 x0 的檢驗結果樣本空間，1 代表陽性，0 代表陰性

```
x1=rep(c(1,0),c(90,10)); x0=rep(c(1,0),c(5,95))
```

建立維度 2×10000 矩陣，第一列與第二列分別記錄模擬的 10000 人是否患病，與檢驗是否呈現陽性

```
z=matrix(0,2,10000)
```

步驟 2 用「sample」、「for」、「if」、「else」指令做模擬

用迴圈來抽樣並記錄

```
for(i in 1:10000)
{
  z[1,i]=sample(x,1)
  if(z[1,i]==0){z[2,i]=sample(x0,1)}
  else{z[2,i]=sample(x1,1)}
}
```

步驟 3 用「==」、「sum」

篩選與計算所要的樣本數

計算呈現陽性之人數

```
m=sum(z[2,])
```

計算呈現陽性且真正患病之人數

```
s=z[1,]+z[2,];n=sum(s==2)
```

步驟 4 計算比例

所求機率之近似值

n/m

指令整理如下 (直接複製下列指令至 R 中，即可得到右欄之模擬結果)

```
x=rep(c(1,0),c(6,94))
x1=rep(c(1,0),c(90,10))
x0=rep(c(1,0),c(5,95))
z=matrix(0,2,10000)
for(i in 1:10000)
{
  z[1,i]=sample(x,1)
  if(z[1,i]==0){z[2,i]=sample(x0,1)}
  else{z[2,i]=sample(x1,1)}
}
m=sum(z[2,])
s=z[1,]+z[2,];n=sum(s==2)
n/m
```

求算機率：

$P(\text{患病}|\text{陽性})$

$$= \frac{P(\text{患病且陽性})}{P(\text{患病且陽性})+P(\text{健康且陽性})}$$

$$= \frac{P(\text{患病})P(\text{陽性}|\text{患病})}{P(\text{患病})P(\text{陽性}|\text{患病})+P(\text{健康})P(\text{陽性}|\text{健康})}$$

$$= \frac{\frac{6}{100} \cdot \frac{90}{100}}{\frac{6}{100} \cdot \frac{90}{100} + \frac{94}{100} \cdot \frac{5}{100}} = \frac{54}{101} \approx 0.5347$$

```
RStudio
> x=rep(c(1,0),c(6,94))
> x1=rep(c(1,0),c(90,10)) ;x0=rep(c(1,0),c(5,95))
> z=matrix(0,2,10000)
> for(i in 1:10000)
+ {
+   z[1,i]=sample(x,1)
+   if(z[1,i]==0){z[2,i]=sample(x0,1)}
+   else{z[2,i]=sample(x1,1)}
+ }
> m=sum(z[2,])
> s=z[1,]+z[2,];n=sum(s==2)
> n/m
[1] 0.5340681
```



四、R 軟體與其他的高中課程

在高中數學的範圍裡，R 至少可以應用於：

- a. 矩陣性質的檢驗，矩陣運算，反矩陣，馬可夫鍊的收斂檢驗，行列式運算
- b. 畫平面與曲面(3D)函數圖形，計算排列數與組合數
- c. 統計圖表 ex: 散佈圖、長條圖、盒狀圖、莖葉圖、3D 圓餅圖、魚骨圖...等
- d. 迴歸直線、殘差分析
- e. 插值多項式、克拉瑪公式的應用
- f. 抽籤，抽教室座位，成績統計，期末成績預警...等
- g. 找質數，因數分解

在此筆者將簡介矩陣運算與 3D 繪圖展示。

(一)、矩陣運算

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 0 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.3 \\ 0.55 & 0.3 & 0.52 \\ 0.15 & 0.2 & 0.18 \end{pmatrix}$$

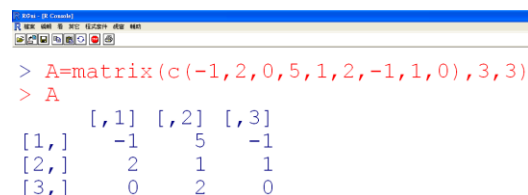
(1) 建立矩陣：

方法一：使用「matrix」指令

A=matrix(c(-1,2,0,5,1,2,-1,1,0),3,3)

B=matrix(c(-3,-5,9,2,0,4),3,2)

C=matrix(c(0.3,0.55,0.15,0.5,0.3,0.2,0.3,0.52,0.18),3,3)



```
> A=matrix(c(-1,2,0,5,1,2,-1,1,0),3,3)
> A
     [,1] [,2] [,3]
[1,]  -1    5   -1
[2,]   2    1    1
[3,]   0    2    0
```

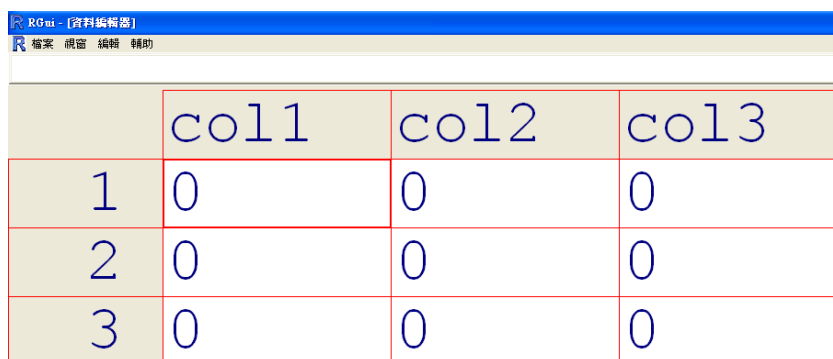
方法二：搭配使用「matrix」、「fix」指令

先建立零矩陣(此處將維度設定為3×3)

A=matrix(0,3,3)

fix(A)

此時會出現類似 Excel 的介面，用滑鼠點選要修改的位置，一一輸入數值即可



	col1	col2	col3
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0

(2) 運算指令與結果：

輸入指令	輸出結果
t(A)	A 的轉置矩陣
solve(A)	A 的反矩陣 A^{-1}
det(A)	A 的行列式值
A%*%B	A 乘以 B
mtx.exp(C,100)	C 的 100 次方

註：

指令「mtx.exp」需下載 R 套件 Biomed

或使用筆者編撰之「好用包」

`source("D:/好用包.r")`

```

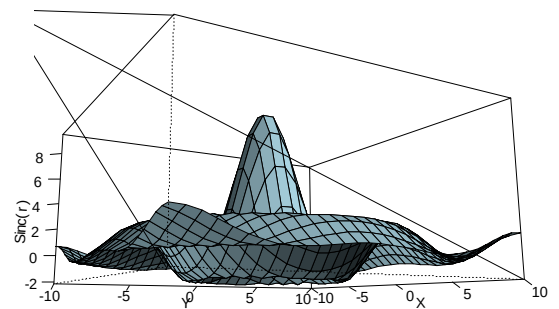
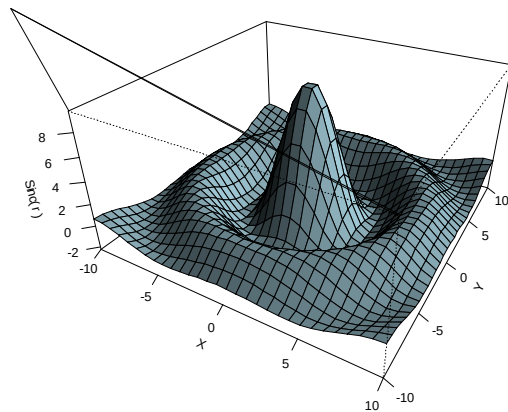
RGui - [R Console]
> solve(A) # 計算 A 的反矩陣
      [,1] [,2] [,3]
[1,]      1      1 -3.0
[2,]      0      0  0.5
[3,]     -2     -1  5.5
> A%*%B # 計算 A 乘以 B
      [,1] [,2]
[1,]    -31    -6
[2,]     -2      8
[3,]    -10      0
> mtx.exp(C,100) # 計算矩陣 c 的100次方
      [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.3871499 0.3871499 0.3871499
[2,] 0.4357496 0.4357496 0.4357496
[3,] 0.1771005 0.1771005 0.1771005

```

(二)、3D 繪圖展示，除了可以任意將圖形上下左右旋轉，還可在空間中加上任意的點或曲線！

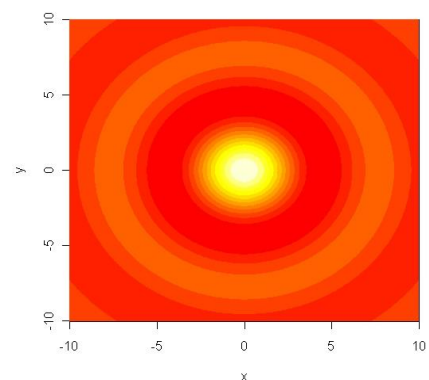
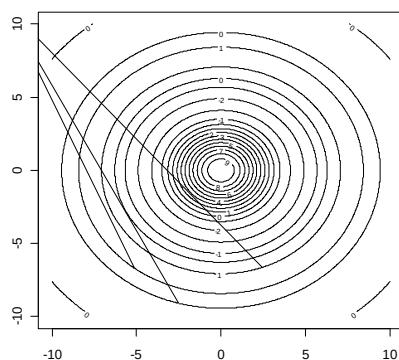
取自 R 的範例圖形，指令為 `example(persp)`

上下左右旋轉



也可以將曲面用等高線表示：

彩色的等高線圖：



五、運用 R 軟體的教學心得回饋

R 軟體可以模擬各式各樣的機率問題、處理矩陣的運算以及畫出空間圖形。一些需要經過複雜討論的問題，透過 R 軟體可能只需幾行指令就能得到近似的答案，這對科展或專題研究探討新的機率問題時非常有幫助。

回到課堂機率的學習，R 至少可以發揮以下特點：

1. 以往求算機率時，學生學習到機率只有唯一答案。這樣的學習方式，常常使學生有所誤解，例如投擲公正的銅板時，學生可能會誤會成正反面的出現機會一定是各一半，又如賭博時，人們經常會誤以為這次賭輸了，下次賭贏的機率就會變大。現在使用模擬的方式，雖然每次跑出的結果都不是機率，卻學習到統計裡非常重要的「變異」概念，進而更了解機率的本質！
2. 直接利用公式計算條件機率，用機率加減乘除獲得條件機率的結果，令人感

到少了一種當初剛開始學習機率時，分子分母皆為個數相除($P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$)的

感覺，對學生來說，這樣使得機率看來相當不直觀，容易產生機率概念的迷思。筆者觀察到，學生們其實都嚮往過去國中機率問題簡單時，他們能夠直接觀察擲骰子銅板，想像機率如何產生的好時光，當他們上了高中，機率問題卻變得十分複雜。教師運用 R 軟體，就讓機率變得可以想像！用電腦一步一步的抽樣，讓機率產生的機制變得具體，學生學起來也就更加輕鬆愉快了！

如果從教學的高觀點展望，機率乃為一種探討不確定性的數學，是一種當抽樣趨近無限多次時所求事件出現的比例。換句話說，當抽樣的數目趨近無限大時，所求事件出現的比例，即為機率的真正涵意。從這個觀點出發，我們可以感受到在機率統計單元導入資訊教學的價值與意義！

將 R 軟體或 GGB 軟體帶入課堂應該是機率統計單元在創新教學發展上的重要方向！讓學生藉由電腦的模擬讓機率與統計「做中學」，這麼做的好處，除了能讓同學自然而然的接受條件機率公式，更重要的是，這個方法能培養學生不怕錯、肯嘗試的態度！。

現在的高一學生在資訊課程中，都必須學習 C 語言或其他程式語言，因此對學生來說，R 軟體的學習並不會太陌生，就筆者的經驗，甚至有部分學生「一點就通」！長遠的考量，大學與研究所的課程中，不論文、理組都需要學習統計，R 軟體免費且功能強大，可以適用取代各種學科的統計軟體，畢業後的企業、醫院、工廠等也都逐漸有改用 R 軟體的趨勢。因此筆者以為教學上補充介紹 R 軟體，實在也是 GGB 軟體以外不錯的選擇！至於教師們如何選用，就看教學現場上，如何能替學生創造最佳的學習優勢了！

參考資料

陳景祥(2010)：R 軟體，應用統計方法。臺北市：東華。

林真真(2007)：統計分析與應用手冊-使用 R 軟體。臺北市：文魁資訊。

NCHC 國家高速網路與計算中心

(<http://sites.google.com/site/rprojectnotes/home>)：R 學習筆記。

「隨機漫步：學習 GeoGebra」網站

<https://sites.google.com/a/ymsh.tp.edu.tw/geogebra/examples/walks>

筆者 (林炯伊) 的聯絡信箱

joy091e@yahoo.com.tw 歡迎來信指導交流或索取程式碼！



附錄：(R 軟體快速上手)

一. 下載與安裝 R

連上網路，用 Google 搜尋 R，點選「The R Project for Statistical Computing」就會進入首頁，再點選左側「CRAN」，選擇下載地點後，點選「Windows」、「base」、「Download R」即完成下載！亦可直接上 <http://cran.csie.ntu.edu.tw/>。

開啟下載的檔案，選擇語言後，按 7 次「下一步」即完成安裝！（約30秒）詳細過程可以參考『R軟體下載與安裝流程.pdf』

點選桌面的 R 捷徑之後，會顯示主控台，此時可以直接輸入指令，或是點選左上角「檔案」、「建立新的命令稿」開啟一個方便的下達指令視窗。

二.快速鍵(建議先熟悉打上 ☆ 記號者)

主控台 Consol	
☆ Ctrl+L	清除視窗
Ctrl+V	貼上
☆ ↑	顯示上一次的指令
命令稿 Editor	
Ctrl+A	全選
Ctrl+R	執行
Ctrl+S	存檔 (檔名末尾建議自行加 .r)

☆ 切換/排整齊 視窗：點選「視窗」、「勾選」/「Tile Vertically」

開啟/儲存 命令稿：點選「檔案」、「開啟命令稿」/「儲存」

字體大小與顏色等：點選「編輯」、「GUI 偏好設定」、「size」、「Font」

檢視目前用過的參數：點選「其他」、「列出目的物件」或 直接輸入 ls()

查詢指令 seq 用法：點選「輔助」、「R 函式(文字檔案)」、「seq」或是直接輸入 help(seq)

多元輔助：點選「輔助」、「Html 輔助」（例如尋找忘記的指令或查詢某套件有哪些指令時）



三. 指令解說：

(一) 一般數學計算

+	-	*	/	^	sqrt	mean	var	sd	factorial
加	減	乘	除	次方	開方	平均數	變異數	標準差	階乘
%%	%%	abs		%*%	mtx.exp	solve	log(a,b)	choose(n,k)	
餘數	商數	絕對值		矩陣乘法	矩陣次方	求反矩陣	$\log_b a$	組合數 C_k^n	

(二) 建立數列

☆	c	創造數列 例如：c(1,3,-6)表示數列{1,3,-6}、c(1:7)表示數列{1,2,3,4,5,6,7}
☆	rep	創造重複的數列 例如：rep(2,5)表示{2,2,2,2,2}，rep(c(1:3),each=2)表示{1,1,2,2,3,3}
★	sample	抽取隨機樣本
	seq	建立等差數列，seq(-3,7,0.1) 表示首項=-3，末項=7，公差 = 0.1 的等差數列 seq(-3,7,length=100) 表示首項=-3，末項=7，總項數 = 100 的等差數列
☆	table	次數統計表
☆	barplot	長條圖
	hist	直方圖(次數分配圖)
	replicate	重複實驗
	sum	數列求和。若數列中含有空白資料 NA，則需用 sum(x,na.rm=1) 求和
	length	數列的長度 (包含 NA)
☆	sort	排序 (由小至大)
	summary	摘要(含最大值 max、最小值 min、平均 mean、中位數 median、四分位數)
	quantile	第 100*p 百分位數 例:quantile(x,0.7) 就是計算數列{x}的第 70 百分位數

(二) 中括弧 [] 的意義

若 s 代表數列或向量，A 代表矩陣

則 s[7] 表示數列 s 的第 7 項

s[2:5] 表示數列 s 的第 2 到 5 項

s[-3] 表示刪去第 3 項後的數列

A[3,] 表示矩陣 A 的第 3 列

A[,2] 表示矩陣 A 的第 2 行

A[3,2] 表示矩陣 A 的第(3,2)元

```
RGui - [R Console]
> s=c(3,3,6,9,15,24,39,63,103,165)
> s[7]
[1] 39
> s[2:5]
[1] 3 6 9 15
> A
      [,1] [,2]
[1,]    21    1
[2,]     3   55
[3,]     8    2
> A[3,]
[1] 8 2
> A[,2]
[1] 1 55 2
> A[3,2]
[1] 2
```

(三) 邏輯判斷

指令	==	!=	>	<	>=	<=	&	
意義	等於	不等於	大於	小於	大於等於	小於等於	且	或

```
RGui - [R Console]
> k
[1] 3 3 6 9 15
>
> k==3 #用TRUE, FALSE邏輯判斷數列k中的各項是否等於3
[1] TRUE TRUE FALSE FALSE FALSE
>
> k!=3 #用TRUE, FALSE邏輯判斷數列k中的各項是否不等於3
[1] FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE
>
> k<10 #用TRUE, FALSE邏輯判斷數列k中的各項是否小於10
[1] TRUE TRUE TRUE TRUE FALSE
>
> k>3&k<10 #用TRUE, FALSE邏輯判斷數列k中的各項是否大於3且小於10
[1] FALSE FALSE TRUE TRUE FALSE
> k[k>3] # 列出數列k中所有大於3的項
[1] 6 9 15
>
> sum(k>3) # 計算數列k中大於3的項數個數(將TRUE視為1，FALSE視為0求和)
[1] 3
```

(四) 其他重要指令

1. 矩陣類：

☆	matrix	創造矩陣 例： <code>A=matrix(1:9,nrow=3,ncol=3)</code>
	t	轉置 例： <code>t(A)</code>
	det	計算方陣的行列式值
	solve	計算反矩陣
	rbind	列合併 (cbind 為行合併)
	colSums	將每一行加總 (rowSums 為將每一列加總)
	dim	維度
	diag	對角矩陣 例： <code>diag(1,5)</code> 就是 5x5 的單位矩陣
	nrow	列的數量 (ncol 為行的數量)

2. 輔助與資料輸入輸出

☆	help	查詢指令的用法，例如： <code>help(mean)</code> 就是查詢 mean 的含意與使用方法。
☆		也可以用 ? 取代 help，例如： <code>?mean</code> 、 <code>?sqrt</code> 、 <code>?"*"</code> (查詢符號時須加"")
☆	args	類似 help，僅顯示指令裡會用到的參數
☆	example	示範用法，例如 <code>example(barplot)</code> 就是示範 barplot 的用法
	source	讀取程式 例如： <code>source("D:/好用包 0420.r")</code>
	read.csv	讀取資料 例如： <code>read.csv("D:/分數.csv",header=1)</code>
	write.csv	輸出資料至 csv 檔
	head	查看資料的開頭 例如 <code>head(read.csv("D:/分數.csv"))</code>

3. 畫圖類

	plot	散佈圖
	curve	畫曲線 例： <code>curve(x^2,-2,3)</code> 就是畫當 $-2 < x < 3$ 時 $y = x^2$ 的圖形
☆	persp	畫曲面 例： <code>f=function(x,y){x^2+y^2};</code> <code>x=seq(-5,5,0.5);y=seq(-5,5,0.5);z=outer(x,y,f);</code> <code>persp(x,y,z,theta=20,phi=0,col=5)</code>
	hist	長條圖 (次數分配圖)
	density	對於一數列 s， <code>plot(density(s))</code> 可以得到機率密度曲線
	barplot	長條圖
	boxplot	盒狀圖
	abline	加入直線 例： <code>abline(9,2)</code> 就是畫 $y=9+2x$ ， <code>abline(v=3)</code> 就是畫鉛直線 $x=3$

par	分割畫圖視窗 例如：par(mfrow=c(2,3)) 就是把畫圖視窗分割成二列三行(共 6 個圖)
title(paste(" "))	在圖形上方加入標題。 points 可加指定的點。 lines 可加任意線。
stem	莖葉圖
lm	線性迴歸
cor	計算相關係數
round	四捨五入 例：round(x,3) 就是將 x 四捨五入至小數點第 3 位
floor	(將原數變小)取最接近整數
ceiling	(將原數變大)取最接近整數
pie	圓餅圖

☆ 4. for 迴圈 (另可搭配「break 跳出」、「next 下一號」增加迴圈靈活性，可見小試身手 16)

範例：求 $\sum_{k=1}^8 k^k = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 8^8$ 之值？

```
s=rep(0,8)
```

```
for(i in 1:8) { s[i]=i^i }
```

```
sum(s)
```

練習： $\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{k} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} = ?$ $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 14 = ?$ 參考寫法：z=1; for(i in

```
1:14) z=z*i; z
```

5. function 指令

定義函數

例如：輸入 f=function(x,y) x^2+y^2 後，再輸入 f(6,8) 得到 100

例如：

```
g=function(n){
```

```
s=rep(0,n)
```

```
  for(i in 1:n) { s[i]=i^i }
```

```
z=sum(s); z
```

```
}
```

輸入 g(8)可得到 $\sum_{k=1}^8 k^k = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 8^8$ ，輸入 g(50)可得到

$\sum_{k=1}^{50} k^k = 1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 50^{50}$

☆ 6. if 指令

例如：檢查數列 192, 915, 857, 459, 378, 144, 139, 5, 133, 509 中 (共 10 項)，有幾個 7 的倍數？

```
x=c(192, 915, 857, 459, 378, 144, 133, 5, 138, 509)
```

```
z=rep(0,10)
```

```
for(i in 1:10) if(x[i]%%7==0) z[i]=1
```

```
sum(z)
```

用 `sum(x%%7==0)` 亦可！

例如：檢測質數的函數 `is.prime`，輸入質數回傳原數，輸入合數回傳 0。

像是 `is.prime(10)` 回傳 0，`is.prime(17)` 回傳 17 ... 等。可以檢查到 15 位以上的質數！

```
is.prime=function(n){
```

```
  if(n==2) {return(2)}
```

```
  if(n==3) {return(3)}
```

```
  k= floor(sqrt(n))
```

```
  for(i in 2:k) { if(n%%i==0) {stop(return(0))} }
```

```
  n }
```

四. 小試身手 1：

1. 計算 $1+2$ ， 3×4 ， $\frac{355}{113}$ ， $\sqrt{17}$ ， 143^5 ， $14!$ ， C_{10}^{39} ， $13\div 4$ 的餘數， $13\div 4$ 的商數

參考寫法：

```
1+2; 3*4; 355/113; sqrt(17); 143^5; factorial(14); choose(39,10); 13%%4; 13%/%4
```

2. 用 `sample` 指令抽出 5 位同學去搬教科書。(假設全班 38 人)

參考寫法：`sample(1:38,5)`

相關指令：`c(1:35)`

3. 同上，但是15號為空號不抽。

參考寫法：

`x=c(1:14,16:38)` # `x=1:38; x=x[-15]` 也可

`sample(x,5)`

4. 抽出一組大樂透開獎號碼 (1~49中，取出6個數)

參考寫法：`sample(1:49,6)`

5. 抽出 6 組統一發票中獎號碼 0~ 99999999 (sample,replicate,t)

參考寫法：

`A=replicate(6,sample(0:9,8))` # 維度 8×6 的矩陣

`t(A)` # 維度 6×8 的矩陣

直接輸入 `sample(0:99999999,6)` 會比較慢，也可能會超出電腦記憶體容量限制！

相關指令：`det`、`solve`、`matrix`、`%*%`、`fix`、`diag`、`dim`

6. 模擬擲出一個骰子100次，並畫出長條圖(sample,table,barplot)

參考寫法：

`s=sample(1:6,100,replace=TRUE)`

`t=table(s)`

`barplot(t)`

相關指令：`replace=1`

7. 模擬擲出一個骰子100次，列出所有點數小於3的結果，並計算點

數3的出現次數($s < 3$, sum)

參考寫法：

```
s=sample(1:6,100,replace=1)
s[s<3]
sum(s<3)
```

8. 模擬擲出兩個骰子 1000 次，列出前 10 組結果(sample, rbind)

參考寫法：

```
s1=sample(1:6,1000,replace=1)
s2=sample(1:6,1000,replace=1)
A=rbind(s1,s2)    # 維度 2×1000 的矩陣
A[,1:10]
```

也可直接輸入：

```
A=replicate(1000,sample(1:6,2,replace=1))    # 維度 2×1000 的矩陣
A[,1:10]
```

9. 模擬擲出 2 個骰子 1000 次，計算點數和，並畫出長條圖

(sample, table, barplot)

參考寫法：

```
s1=sample(1:6,1000,replace=1)
s2=sample(1:6,1000,replace=1)
s=s1+s2
t=table(s)
barplot(t)
```

10. 計算上一個實驗擲出點數和為 7 的次數(sample,sum)

參考寫法：

```
sum(s==7)
```

11. 計算上一個實驗擲出點數相同的次數(sample,rep,for,if,sum)

參考寫法：

```
z=rep(0,1000)
```

```
for(i in 1:1000) if(s1[i]==s2[i]) z[i]=1
```

```
sum(z)
```

12. 袋中有2白球，5紅球。從中隨機抽出1球，取後放回，重複100次

(c,sample)

參考寫法：

```
x=c(0,0,1,1,1,1,1)
```

```
sample(x,100,replace=1)
```

13. 袋中有 2 白球，5 紅球。從中隨機抽出 2 球，取後放回，重複 100

次(c,sample,replicate)

參考寫法：

```
x=c(0,0,1,1,1,1,1)
```

```
A=replicate(100,sample(x,2)) # 維度 2×100 的矩陣
```

14. 計算上一個實驗抽出 2 顆紅球的次數(rep,for,if,sum)

參考寫法：

```
z=rep(0,100)
```

```
for(i in 1:100) {if(A[1,i]==1&A[2,i]==1) z[i]=1}
```

```
# if 部分內也可寫成 if(A[1,i]+A[2,i]==2)
```

```
sum(z)
```

15. 模擬骰子和：丟 5 個骰子 1000 次，則(rep,for,if,sum)

(1) 點數和為「12 以上且不滿 17」的次數

(2) 點數和不為「13 或 27」的次數

參考寫法：

```
A=replicate(1000,sample(c(1:6),5,replace=1))
```

```
s=colSums(A)
```

```
sum(s>=12&s<17)
```

```
sum(s!=13&s!=27)
```

16. 袋中有 6 黑 2 白球，一次取一個，取後不放回，取到白球為止，
模擬黑球出現次數。(rep,for,sample ,if,break)

參考寫法：

```
rep=10000; z=rep(0,rep)
```

```
for(i in 1:rep){
```

```

x=rep(c(0,1),c(6,2))
for(j in 1:8){
  s=sample(x,1)

  if(s==0) {x=x[-1]; z[i]=z[i]+1}

  if(s==1) break
}
mean(z)

```

五. 小試身手 2：

1. 計算 $\log_{10} 2$, $\ln 2$, $\sin \frac{\pi}{5}$, $\int_0^3 x^2 dx$, $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$

參考寫法：`log(2,10);log(2);sin(pi/5)`

`f=function(x) x^2;integrate(f,0,3)`

`g=function(x) 1/x^3;integrate(g,1,Inf)`

2. 已知 $A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.3 \\ 0.55 & 0.3 & 0.52 \\ 0.15 & 0.2 & 0.18 \end{pmatrix}$, 計算 A^3 、 A^4 、 A^{10} 、 A^{1000}

參考寫法：

輸入A矩陣時，

方法1：依序一行一行輸入

`A=matrix(c(0.3,0.55,0.15,0.5,0.3,0.2,0.3,0.52,0.18),3,3)`

方法2：先建立零矩陣

`A=matrix(0,3,3)`

再用fix(A)修改 (或點選「編輯」、「資料編輯器」、「A」)

計算矩陣的高次方時，

方法1：用for迴圈 (次方必須大於等於2，速度較慢)

`n=100; B=A`

`for(i in 2:n) { B=B%%A }; B`

方法2：使用 Vincente Canto Cassola and Martin Maechler 所寫的迴圈（利用2進位）

使用好用包，例如將「好用包0420.r」存在D槽，則輸入

```
source("D:/好用包0420.r")
```

```
mtx.exp(A,100)
```

或是有網路時，點選「程式套件」、「安裝程式套件」、選擇地區(Taiwan)、「Biodem」安裝完成後，點選「程式套件」、「載入程式套件」、「Biodem」

輸入

```
mtx.exp(A,100)
```

3. 畫曲面 $z = x + y^2$

參考寫法：

```
f=function(x,y) {x+y^2};  
x=seq(-5,5,0.5); y=seq(-5,5,0.5); z=outer(x,y,f);  
persp(x,y,z,theta=50,phi=20,col=5)
```

說明：調整 theta 與 phi 可以上下左右旋轉圖形。

色彩指令 col：1=黑, 2=紅, 3=綠, 4=藍, 5=淺藍, 6=紫, 7=黃, 8=灰

4. 承上，在原圖形的空間中加點(1,2,3)與加線(x,2x, sin x)

參考寫法：

```
f=function(x,y) {x+y^2};  
x=seq(-5,5,0.5); y=seq(-5,5,0.5); z=outer(x,y,f);  
res=persp(x,y,z,theta=50,phi=20,col=5)  
points(trans3d(2,3,4,pmat=res),col=2,pch=16)  
lines(trans3d(x,2*x,sin(x),pmat=res),col=2)
```

5.(娛樂挑戰) 利用n次插值多項式公式解決：

已知 f 為多項式函數且 $f(1)=5, f(3)=11, f(-2)=6, f(8)=-1, f(10)=-2$, 求

$f(5)=?$ $f(6)=?$ $f(12)=?$

參考寫法：好用包的 poly.in 函數

```
x=c(1,3,-2,8,10); y=c(5,11,6,-1,-2)  
poly.in(x,y,c(5,6,12))
```

6.(娛樂挑戰) 利用克拉瑪公式解決四元一次方程組

$$\begin{cases} 3x - y + 6z + 5w = -17 \\ 2x + 4y - z - 2w = 18 \\ 6x + y + z + 3w = 4 \\ -2x + 3y - 3z + w = 12 \end{cases}$$

參考寫法：好用包的 cramer 函數

```
A=matrix(c(3,2,6,-2,-1,4,1,3,6,-1,1,-3,5,-2,3,1,-17,18,4,12),4)
```

```
cramer(A)
```

六. 好用包目錄與部分簡介：

CI	信賴區間模擬實驗函數
fac	因數分解函數，輸入正整數 n，則輸出 n 的所有正因數
prime	列出指定範圍內之質數。prime(10000) 可列出 10000 以下的質數。 prime(211,307) 可列出 211 到 307 的所有質數 (含211,307)
factorial2	factorial2(500)可計算出 500 階乘的每一位數。
slm	簡單線性迴歸
score.sta	學生成績統計函數
seat	隨機班級座位表
warn	期末成績預警函數
dice	dice(n=5,rep=10000)，可模擬同時投擲 5 個骰子 10000 次的點數和，並畫出次數分配長條圖
combine	將數列由小到大重排，且大小重複者只留 1 項。例如： 輸入 x=c(4, 1, 2, 5, 2, 1, 2, 4, 5, 4); combine(x) 得到 1, 2, 4, 5
count	計算出現連續 1 的次數，例如： 輸入 x=c(1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0); count(x) 得到 3, 1, 2
door	模擬車與羊問題
ball	模擬棒球世界大賽 7 戰 4 勝
birth	模擬生日同天問題
coin	coin(n=50,rep=100,m=10,p=0.5) 可以模擬：丟出正面機率 0.5 的硬幣 50 次，重複實驗 100 回合。計算連續出現 10 次正面的出現次數，並統計每回合正面連續出現次數
va	探討標準差或驗證 $\sqrt{np(1-p)}$

好用包的安裝為輸入指令：

```
source("位置與檔名")
```

例如存放在 D 槽 R 檔案夾，檔名為「好用包 0420.r」則輸入指令：

```
source("D:/R/好用包 0420.r")
```

須注意要加雙引號！

(一) 信賴區間模擬函數 CI 使用說明：

CI(n=500,p=0.6,rep=100,c=88) 表示投擲 n=500 次正面機率為 p=0.6 之硬幣，並重複實驗 rep=100 回合之 c=88% 信賴區間展示圖與摘要。

參數說明：

參數	說明	預設值
p	在模擬實驗中，硬幣的正面機率	0.5
c	信心水準 (%)	95
n	每回合投擲次數	NULL
rep	回合數	100
e	最大誤差	NULL
r	信賴區間四捨五入至第 r 位	4
m	是否只顯示前 m 組實驗資料	NULL
head	與 m 相同	NULL
phat	實驗值。輸入後將計算信賴區間。	NULL
xlim	橫軸的取值範圍，例如：xlim=c(0.3,0.7)	[-0.05 , 1.05]
xlim.h	直方圖的 x 軸的取值範圍	
cex	標題的字體大小	1
breaks	直方圖中，資料的切割組數	10
c95	TRUE/FALSE 邏輯判斷，是否在計算 95%信賴區間時用較好的近似值，FALSE 將採用課本 1.96×2 的近似值	FALSE
hist	TRUE/FALSE 邏輯判斷，是否將 rep 回合的實驗結果(phat 值)做一個直方圖，觀察其近似常態的假設	FALSE

(二) 簡單線性迴歸 slm 使用說明：

參數說明：

參數	說明	預設值
x	資料數列(x 軸)	
y	資料數列(y 軸)	
data	TRUE/FALSE 是否顯示資料	TRUE
k	迴歸係數計算到小數點後第 k 位	3

10位同學之身高體重如下，試計算迴歸直線與相關係數

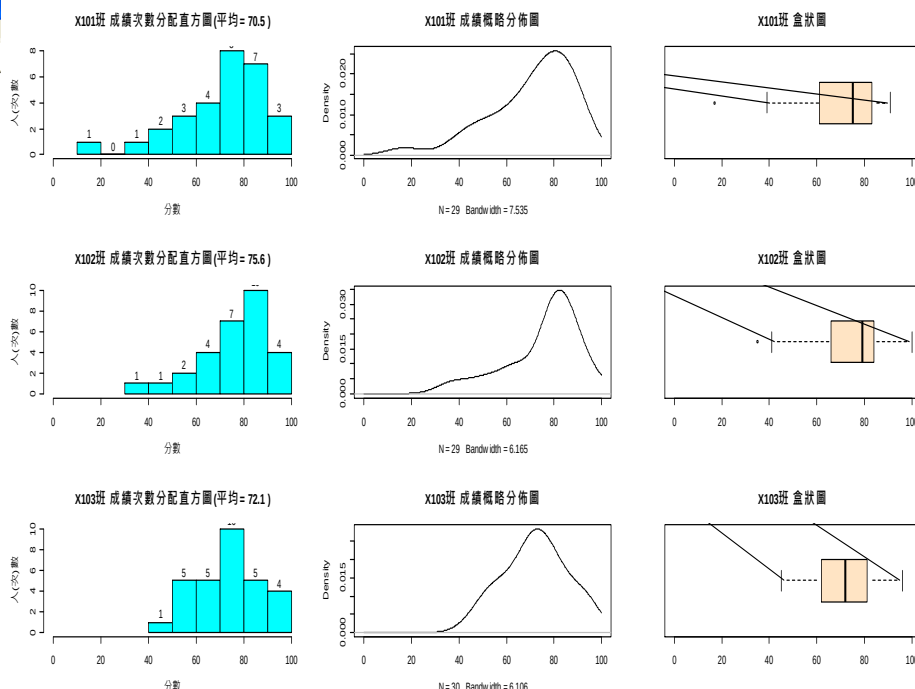
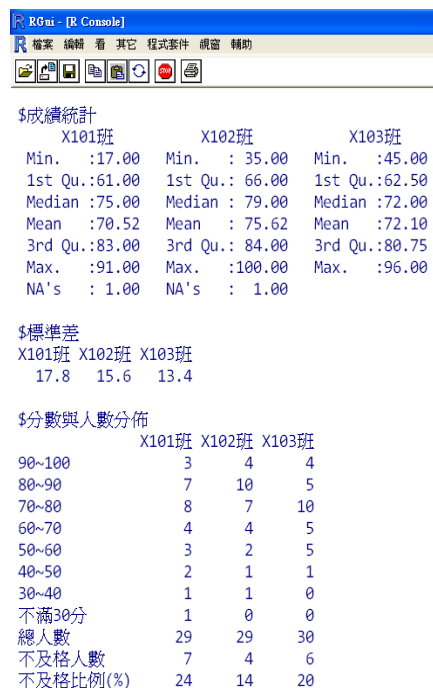
範例：

x=c(169,158,180,177,176,150,153,182,166,168)

y=c(68,64,73,69,77,56,54,80,78,70)

slm(x,y)

(三) 學生成績統計函數 score.sta 使用說明：



使用方法 1：

將所要分析的班級成績輸入於Excel中，每行一個班，並另存成csv檔，再用 `read.csv("位置與檔名")` 指令讀進 R。若在 R 中令此筆資料為 `sc`，則輸入 `score.sta(sc)` 即完成！

若每行資料的頂端有命名，則輸入 `read.csv("位置與檔名",header=TRUE)`

例如將範例資料 `score.r` 儲存在 `D:/R`，則輸入

```
sc=read.csv("D:/R/score.csv",header=TRUE)
score.sta(sc)
```

使用方法 2：也可直接輸入例如

```
score.sta(c(77,75,36,73,78,78,67,87,96,88,80,61,71,82,94,44,74,75,34,91,69,72,78,23,
55,88,93,64,64,95))
```

即完成！

感謝您使用與改善好用包!!

筆者 (林炯伊) 的聯絡信箱：joy091e@yahoo.com.tw

歡迎來信交流或指教！

七. CI函數的核心指令：

```
1 CI.c=function(p=0.5,c=95,n=500,rep=100,c95=FALSE,xlim=c(-0.03,1.03)){
2   cat("\n 歡迎使用：信賴區間模擬實驗--簡易版!\n\n")
3   ## 定義參數
4   af=(100-c)/100 ;   z=qnorm(1-af/2)
5
6   if(c==95&c95==FALSE){z=2 ;   warning("\n 此處配合課本將 1.96 再取近似值 = 2 來計算。若
7   要用較好的近似值，請多加入引數 c95=TRUE\n")}}
8   ## 隨機抽樣，並計算 rep 個信賴區間
9   rs=as.matrix(rbinom(rep,n,p))      # 產生 rep * 1 的行矩陣，代表 rep 次實驗正面的出現個數
10  phat=rs/n                          # 計算出 rep 個 phat
11  se=sqrt(phat*(1-phat)/n)           # 計算每個信賴區間之 最大誤差 e
12  ci=matrix(0,rep,2)                 # 產生 rep * 2 的矩陣，記錄 rep 個信賴區間
13  ci[,1]=phat-z*se ;   ci[,2]=phat+z*se
14  # 若只做 1 回合的模擬
15  x1=ci[1,] ;   y1=rep(1,2)
16
17  if(rep==1) {cat("信賴區間為:\n") ;   print(x1); return(cat("\n 只做一回合的模擬，圖略!\n"))}
18
19  ## 開始畫信賴區間 (包到真值用黑色，沒包到真值用紅色表示)
20  # 畫第 1 組
21  plot(c(p,p),c(1,rep+1),xlab=paste("正面機率",p,"的信賴區間"),
22  ylab=paste(rep,"回合的樣本"),xlim=xlim,col=3,type="n")
23  abline(v=p,col=3,lty=2)            # 畫出真值所在的鉛直虛線
24  if(p<x1[1]|p>x1[2])   lines(x1,y1,col=2)
25  else{lines(x1,y1)}
26
27  # 檢查信賴區間是否包含真值 以及 建立標題
28  z=0;   for(i in 1:rep) {if(p<ci[i,1]|p>ci[i,2])   z=z+1}
29  title(main=list(paste("投擲",n,"次正面機率 p=",p,"之硬幣,並重複",rep,"回合之",c,"%信賴區間展示圖.其中有",100*(rep-z)/rep,"%包含真值(",p,")"))))
30
31
32  # 第 2 到 rep 組
33  for(i in 2:rep){
34    x=ci[i,] ;   y=rep(i,2)
35    if(p<x[1]|p>x[2])   lines(x,y,col=2)
```