

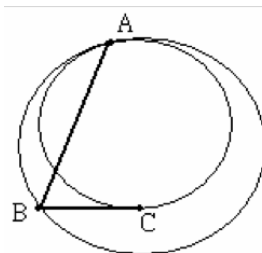
國立臺灣大學 111 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (111 新生)

一、填充題：（每題8分）

1. 設 a, b 是實數且 $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = 3$, 試求 $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 =$ _____。

2. 滿足方程式 $x^4 + (x - 4)^4 = 626$ 的所有實數 x 的乘積 = _____。

3. 右圖中大小二圓內切於 A 點，其半徑的比為 $3:2$, \overline{BC} 為小圓之切線， C 為切點，若 $\overline{AB} = 15$, 求 \overline{BC} 長 = _____。



4. 梯形的兩腰長分別為 3 與 4, 兩底長分別為 5 與 10, 則此梯形的兩底中點的連線段長為 _____。

5. 從正整數 $1, 2, 3, 4, \dots, n$ 中, 刪除某一項 x , 已知剩下的 $n - 1$ 個數的算術平均數為 $\frac{261}{10}$, 試求 x 之值 = _____。

6. 若 $\frac{xy}{x+y} = 1$, $\frac{yz}{y+z} = 2$, $\frac{zx}{z+x} = 3$, 則 $x =$ _____。

7. 夏令營組織 1987 各學員去遊 A, B, C 三處園區, 規定每人必須去一處, 最多去兩處遊覽, 那麼至少有幾人遊覽的地方完全相同? _____。

8. 已知 $7^{24} - 1$ 可被 11 至 49 之間的三個整數整除，其中任兩個整數為 _____。

9. 已知 $a = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2} + 1$, $c = -\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ 則 $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$ 的值為 _____。

10. 化簡，並求出其值：

$$12^3 - 11^3 + 10^3 - 9^3 + 8^3 - 7^3 + 6^3 - 5^3 + 4^3 - 3^3 + 2^3 - 1^3 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

二計算申論題：（一題20分）

11. 如右圖，在坐標平面上，此拋物線為二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形，其對稱軸為 $x = -1$ 。試判斷下列 3 個代數式的正負，並說明理由。

(a) abc

(b) $3a - b$

(c) $a - 2b + 4c$

