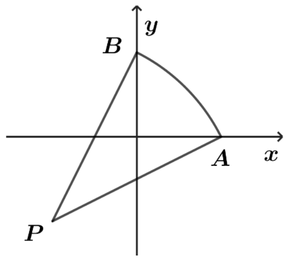
TRML 團體賽-2023

1. 坐標平面上的二階方陣 A 所代表的線性變換把兩點 $(1,2)$ 、 $(2,3)$ 分別變換為 $(2,3)$ 及 $(4,5)$ 。若將點 $P(112,-2023)$ 用方陣 A 連續進行多次變換，則點 P 首次變到第一象限所需的變換次數為______。

2. 設空間中的四點 $A(1,1,1)$ 、 $B(3,3,2)$ 、 $C(6,5,4)$ 、 $D(-11,13,-5)$ ，則 D 到平面 ABC 的距離為______。

3. 由 0 與 1 組成的 12 位數的正整數中，11 的倍數有______個。

4. 如圖，PAB 是以 P 為圓心的扇形，點 A、B 分別在 x 軸、y 軸上。若 $\overline{AP}$ 與 $\overline{BP}$ 的中點分別在 y 軸、x 軸上，則 $\tan\angle APB=$ ______。



5. 直線方程式 $ax+by=0$ ，其中 $a,b\in\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ 且 a,b 不同時為 0，則這樣的方程式能表示______條不一樣的直線。

6. 考慮如下的上三角型式的 10 元一次聯立方程式，其中對所有的 $i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$ ， $a_{i,i}\neq 0$ ：

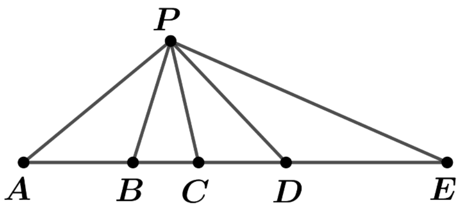
$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1+a_{1,2}x_2+a_{1,3}x_3+\cdots+a_{1,10}x_{10}&=b_1\\ a_{2,2}x_2+a_{2,3}x_3+\cdots+a_{2,10}x_{10}&=b_2\\ a_{3,3}x_3+\cdots+a_{3,10}x_{10}&=b_3\\ &\vdots\\ a_{10,10}x_{10}&=b_{10}\end{aligned}$$

高斯消去法的演算如下所示：首先 $x_{10}=\dfrac{b_{10}}{a_{10,10}}$ ，接著依照 $i=9,8,\cdots,1$ 的次序計算 $x_i=\dfrac{b_i-(a_{i,i+1}x_{i+1}+a_{i,i+2}x_{i+2}+\cdots+a_{i,10}x_{10})}{a_{i,i}}$ ，則求 $x_{10},x_9,x_8,\cdots,x_1$ 的過程中共用了______次乘法與除法。

7. 若 a,b,c,d 四數滿足任意三數的乘積與另一數之和都等於 $\frac{5}{2}$ ，且 $abcd=1$ ，則滿足這些條件的四元組 (a,b,c,d) 共有______組。

8. 在坐標空間中，某球面 S 分別與兩平行平面 $E_1: x+2y-2z=46$ ， $E_2: x+2y-2z=1$ 相交於圓 O_1 與圓 O_2 ，且 S 的球心 O 在兩平面 E_1 及 E_2 之間。若圓 O_1 的面積比圓 O_2 的面積多 165π ，則球心到兩平面 E_1 及 E_2 的距離之差為______。

9. 如圖， A,B,C,D,E 依序在直線 L 上，且 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{BC}=3$ ， $\overline{CD}=4$ 。若 P 為直線 L 外一點使得 $\angle APB=\angle BPC=\angle CPD=\angle DPE$ ，則 $\overline{DE}=$ ______。



10. 在 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{99}$ 中任選奇數個數相乘，若所有這些乘積的總和為 S，則最接近 S 的整數為______。

2023TRML 團體賽答案

1.	5	2.	8	3.	462	4.	$\frac{3}{4}$	5.	37
6.	55	7.	6	8.	11	9.	20	10.	25