

112 學年度新竹市國民中學 教師聯合甄選試題

科目：教育科目和數學

題目試卷共 13 頁

應試注意事項：

1. 考試時間為 15:00~16:40(共 100 分鐘)。
2. 考試開始鐘聲響起才可翻閱試卷作答，考試結束鐘聲響畢，請立即停止作答。
3. 試題共 80 題，第 1~40 題為教育科目，第 41~80 題為專業科目。
4. 請使用 2B 鉛筆在答案卡上作答。



112 學年度新竹市國民中學教師聯合甄選試題

第一部分:教育科目(30%)

選擇題，第 1 題至第 40 題，每題 2.5 分，共 100 分。

1. 依據現行《教師法》之規定，教師若「體罰」學生，將有可能遭受下列何種處分？
 - (A)解聘，且終身不得聘任為教師。
 - (B)解聘，且一年至四年不得聘任為教師。
 - (C)經認定為教學不力或不能勝任工作，予以解聘或不續聘。
 - (D)以上三種處分結果，皆有可能。
2. 教育部曾於民國 109 年 11 月核釋《教師法》第十六條第一項第一款所定「教學不力或不能勝任工作有具體事實」之具體情形，下列何者「並非」此一核釋令中所列舉的明文內容？
 - (A)不遵守上下課時間，經常遲到或早退。
 - (B)親師溝通不良，且主要可歸責於教師。
 - (C)行為違反法規，經查證屬實。
 - (D)班級經營欠佳，有具體事實。
3. 當國民中學教師於服務學校內遭受性騷擾而為被害方時，若要依《性別平等教育法》向行為人（加害方）所屬學校申請調查並獲受理，則下列敘述何者最為正確？
 - (A)僅行為人為「本校學生」時方可。
 - (B)僅行為人具有「學生身分」時方可。
 - (C)僅行為人係屬「本校校長、教師、職員、工友或學生」時方可。
 - (D)當行為人具有「學校校長、教師、職員、工友或學生身分」時即可。
4. 對於國民小學及國民中學之教科圖書，下列哪項不是國民教育法的規定？
 - (A)教科圖書審定委員會由學科及課程專家、教師及教育行政機關代表等組成，教師代表不得少於三分之一。
 - (B)國民小學及國民中學藝能及活動科目之教科圖書，應免費借用予需要的學生。
 - (C)國民小學及國民中學之教科圖書，由教育部審定，必要時得編定之。
 - (D)國民小學及國民中學之教科圖書，由學校課程發展委員會訂定辦法公開選用之。
5. 探究與實作是十二年國教課綱的核心價值之一，強調學生在學習過程中的主動參與和實踐經驗。以下哪位學者的教育哲學最能支持這一理念？
 - (A)培根 (B)柏拉圖 (C)杜威 (D)赫欽斯
6. 有關十二年國教課綱對議題的設計，以下敘述何者錯誤：
 - (A)議題融入採國小、國中至高級中等教育階段的十二年連貫設計。
 - (B)十九項議題適切融入各領域課綱，不再設有獨立的議題課程綱要。
 - (C)依據課綱議題因融入各領域科目課程，若要進行議題教育的課程設計，參考各領域課綱附錄即可掌握。
 - (D)議題教育可有效強化核心素養的養成。

7. 美美國中以培養學生美感力為學校辦學重點之一，對於學校校服設計，校園空間營造與美化、藝術氣氛營造及班級情境布置等，均十分用心及投入。請問從課程來說，這屬於下列哪一種課程內涵？
- (A)非正式課程 (B)潛在課程 (C)議題融入 (D)空無課程
8. 依據國家教育研究院所公布《素養導向「紙筆測驗」要素與範例試題》文件，以下素養導向紙筆測驗之相關概念與實施，何者錯誤：
- (A)素養導向試題命題強調真實的情境與真實的問題。
- (B)素養導向評量的目的在提升學生的閱讀理解能力。
- (C)相較於傳統試題，素養導向試題題目通常會比較長，但經適當設計也可以利用簡短或少量的訊息，引發核心素養的練習。
- (D)知識、理解、技能常被視為應用的基礎，因此在學科評量不一定完全採素養導向的情境題。
9. 自主學習是十二年國教課綱的重要主張，請問下列對自主學習的敘述何者不適當：
- (A)如何引發學生對各領域課程教學的興趣，也是激發學生自主學習的方式之一。
- (B)自主學習意味著學生為主體，教師不需提供學生任何指導。
- (C)自主學習的安排與設計可以發生在部定課程，也可以發生在彈性學習課程。
- (D)新型冠狀病毒病(COVID-19)疫情，導致許多國家的學校停課，也讓世界各國更加重視學生自主學習及其自主學習工具的開發。
10. 光光國中召開學校課程發展委員會議，討論學校課程。下列是校務會議發言實況，哪一項意見最不符合「學校本位課程」的本意？
- (A)英語科召集人：經過學生基本能力檢測結果，本校學生英語文檢測低於新竹市平均很多，且有雙峰現象，科內老師決定重組課程進度順序，編寫補充教材，並進行兩班三組英語文適性分組教學。
- (B)國語文召集人：我們光光國中學生 90%都是泰雅族，為讓學生學習貼近自己的文化與生活經驗，我們可以多選編原住民文學作品當教材，請老師們多支持。
- (C)教務主任：這學期學校要接受校務評鑑，我們必須向評鑑委員介紹學校本位課程，還好我們這兩年在老師們努力下，利用彈性學習課程，共同發展了”大家來種小米田”這門課，若沒有這門課，我們就開天窗沒有校本課程可以介紹了。
- (D)校長：我正在擬定學校短中長程計畫校務發展計畫，我將搭配學校本位課程進行校務發展的相關規畫，包含環境空間也都要配合學校願景及課程目標整體性的規畫。
11. 如何檢核一份教案是否達到「素養導向教學教案」，以下選項何者不適切？
- (A)教學設計是否能引導學生與世界產生真實的連結？並且須產出專題報告。
- (B)教學設計是否能讓學生發現不同主題或概念之間的相互關聯性？
- (C)教學設計是否能讓學生進行深度學習以及學會如何學習？
- (D)教學設計是否能讓學生產生學習遷移？

12. 十二年國教課綱在進行素養導向課程及教學設計時，以下那個敘述最不適切？
- (A) 素養導向教學設計的特點就是每一次教學均須要有知識、能力與態度的整合且比重都要一樣。
 - (B) 素養導向教學雖然重視學習結果在生活及情境中整合活用、實踐力行，但同樣重視學科知識的學習。
 - (C) 素養導向教學強調學習歷程、學習方法及策略（學會學習）。
 - (D) 課程設計時不必對應所有核心素養及學習表現，只須選取與該次單元/主題最相關及最想達成即可。
13. 就古德拉(Goodlad)的觀點，平平國中經過課發會討論通過實施的學校總體課程計畫，屬於學校層級的何種課程：
- (A) 理想課程 (B) 正式課程 (C) 知覺課程 (D) 經驗課程
14. 課程評鑑是檢視學校課程發展很重要的一環，以下是四所學校在校務評鑑時所呈現的課程評鑑資料，請您評估那所學校的課程評鑑作法相對較佳？
- (A) 甲校：課程評鑑資料是巡堂紀錄表、學生定期考試學生成績的統計表。
 - (B) 乙校：提供每學期期初課程計畫撰寫檢核表及期末課程成果發表記錄與照片。
 - (C) 丙校：課程評鑑分成前中後三階段，針對學校總體課程、部定領域課程及彈性學習課程，於課程規劃階段、課程實施期間、課程實施之後均透過不同工具與蒐集相關資料進行檢核。
 - (D) 丁校：提供縣市政府所舉辦的學力檢測成績及結果分析表，並就測驗科目進行學習診斷報告，並據以提出改進策略。
15. 問題導向學習 (Problem-Based Learning) 日益受到重視，以下何者不是這項學習法的主要理念：
- (A) 強調學生通過探究和解決現實生活中的問題來學習。
 - (B) 此學習法可促進學生的批判思考和問題解決能力。
 - (C) 此學習法鼓勵學生針對問題，可以採團隊合作方式，實際實驗或多元的探究方式來解決問題。
 - (D) 以學生為中心的自主閱讀課程，鼓勵學生選擇自己感興趣的書籍進行閱讀。
16. 以下何者不是十二年國民基本教育總綱在國中階段的課程設計項目：
- (A) 學校在彈性學習課程裡，可以設計類似高中的選修課程提供學生依興趣及能力分組選修。
 - (B) 社會領域在國中階不必每學期都修習。
 - (C) 協同教學可以在彈性學習課程也可在領域學習課程實施。
 - (D) 各領域/科目課綱的學習重點包含核心素養與學習表現。
17. 以下對評分指標(Rubric)的介紹何者不適切：
- (A) 評分指標乃是與學習目標相呼應的一組規準或標準。
 - (B) 評分指標有助於使評量更標準化、更精確。
 - (C) 評分指標聚焦於測量一個可敘明的目標（表現、行為或量）。
 - (D) 評分指標的目的係為透過更明確的指標，讓學生更清楚自己的成績排名。
18. 以下是性別平等教育融入領域課程的做法，請問以下敘述何者正確：
- (A) 甲老師採取轉化模式 (transformation approach)，在課堂中延伸教材補充與介紹知名女性的故事。

- (B)乙老師以貢獻模式(contribution approach)結合課程以廣告中的性別刻板印象為主題，讓學生意識性別歧視的議題。
- (C)丙教師以社會行動模式(social action approach)讓學生針對學校的男女廁所比例不均的議題進行探討，並形成對策方案。
- (D)丁教師採取添加模式(additive approach)透過課程設計，讓學生得以從不同角度、立場，換位思考去理解不同性別傾向人的想法與需求。
19. 青草國中藝術領域陳老師，在設計跨領域彈性學校課程時，提到藝術領域跟數學學科屬性不同，我們這領域的課程設計不一定要事先陳述預期的學習結果，而可由內容與活動的設計開始，這樣才能讓學生有自由創造的機會。這種課程設計屬於下列哪一種模式？
- (A)過程模式 (B)寫實模式 (C)目標模式 (D)批判模式
20. 如何將課程發展與設計與可持續發展目標 (SDGs) 結合？以下敘述何者為佳：
- (A)可以導入設計思考工具，引導學生進行問題導向，永續教育專題式的學習。
- (B)SDGs 是聯合國提出，具有國際性，課程設計及學習題材應以關注其他國家、國際矚目的熱門議題為主，避免從學生生活周邊及社區題材出發。
- (C)SDGs 及永續教育必須跟雙語結合，強化學生英文能力，才能打開學生國際視野。
- (D)永續教育需要專門的課程來進行學習，若要發揮成效，以放入彈性學習課程由校訂課程來落實是最佳的設計。
21. 以下有關重理解的課程設計(Understanding by Design, UbD)，那項敘述正確
- (A)其理念強調課程設計旨在增進學生對重要概念的真正理解，因此必須採用「逆向設計」方式。
- (B)所謂逆向設計是呼應學習者為中心，先瞭解學生感興趣的東西，喜歡什麼樣的上課方式，決定學習內容。
- (C)由於 UbD 強調以學習者為中心，關注學生喜歡的學習內容，因此學校內容如選擇，避免過故艱深，在課堂時間內可以講授完畢，就成為教師在實施 UbD 的重要挑戰。
- (D)UbD 課程設計的另一項特徵是因強調學生為中心，因此課程設計不強調結構，無明確步驟，而是隨學生興趣及發展而彈性調整。
22. 如果要在課程設計中結合 AI 輔助教學，教師應該關注什麼？
- (A)限制學生使用數位工具的時間。
- (B)積極增能，讓教師自己有能力研發及設計 AI 輔助教學系統。
- (C)如何透過 AI 工具來支援學生的自主學習和反思。
- (D)提高學生對 AI 的信任程度。
23. 十二年國課綱強調「議題」教育，列有 19 重要議題，若從教育社會學的角度看，以下何者是「議題」教育所要達成的教育目的？
- (A)縮短城鄉教育資源落差。
- (B)消彌社會階級差異。
- (C)培養學生關懷真實世界的議題，縮短知識與生活的隔閡。

- (D)培養學生國際移動力。
24. 在十二年國教課綱中「素養導向」和「跨領域學習」被視為關鍵的教學策略，以培養學生面對 21 世紀的多變社會與挑戰所需的能力。請問「素養導向」教育的核心理念與下列何者最為接近？
- (A)布魯納(Bruner)的"發現學習"理論，強調學生透過自我探索的過程來學習。
- (B)斯金納(Skinner)的"操作性條件反射"理論，強調學生必須被訓練以達成特定行為。
- (C)皮亞傑(Piaget)的"認知發展階段"理論，強調學生需要按照發展階段學習。
- (D)布魯姆(Bloom)的"教育目標分類"理論相符，強調學生必須達成每個等級的學習目標。
25. 跨領域及課程統整教學是十二年國教課綱強調的重點，以下敘述何者正確：
- (A)多學科(multidisciplinary)統整模式是指多學科跨越學科界限，將不同學科的知識和技能有機地整合在一起，創造出全新的學習體驗和知識領域。
- (B)依據課綱規定跨領域統整課程最多佔領域學習課程總節數五分之一，並應於彈性課程中實施，不能占用部定課程節數。
- (C)統整可以以合科形式為之，但統整之道，未必一定要以合科教學的方式進行，分科教學亦有統整之道，不必勉強為統整而統整。
- (D)跨領域課程教師必須多位教師進行協同教學，無法單人教學，因此跨領域共備社群就是老師之間凝聚教學設計與共識的重要機制。
26. 有關 108 課綱在國中第四學習階段的規定，以下何者正確：
- (A)為落實素養導向課程之理念，第四學習階段之自然科學、社會、藝術、綜合活動、健康與體育等均採領域教學，不得實施分科教學。
- (B)經學校課程發展委員會通過後，領域內科目可於不同年級彈性開設不同科目，不必每個科目學生在每學期都學習，但領域學習總節數應維持，不得減少。
- (C)部定各領域課程以領域學科知識系統為主，跨科統整型、探究型或實作型之學習內容，則由學校的校訂彈性課程實施。
- (D)國民中學得視學校資源，於部定課程或校訂課程中安排以英語以外的第二外語供學生選習，惟至多每週 2 節。
27. 十二年國教課綱強調學生自主學習，請問以下學校自主學習的推動方式，何者較能引導及促進學生自主學習：
- (A)甲校政策：自主學習屬於校訂課程範疇，因此透過彈性學習課程的統整性主題課程，讓學生自訂探究主題，進行自主學習。
- (B)乙校政策：辦理全校性教師自主學習增能，讓老師了解自主學習精神，鼓勵每位老師於自己的各類課程教學中皆能適切納入學生自主學習的設計，鼓勵學生透過多元方式自主學習。
- (C)丙校政策：將自主學習規劃於寒暑假作業中，並設計檢核表，請家長協助督導檢核學生自主學習進度。
- (D)丁校政策：安排課程及活動，讓教師、家長及學生增能，認識自主學習之精神、理念與作法，結合親師生共同營造自主學習的友善及支持環境，各類課程及活動均納入學生自主學習的思考，讓自主學習漸漸成為學生的日常。

28. 正向教育是應用正向心理學來幫助個人在教育環境中蓬勃發展的方法，對於正向教育的描述何者錯誤？
- (A) 可以幫助個人發現、培養和利用性格優勢和潛力。
 - (B) 可以促進個人發展樂觀、堅毅力和復原力。
 - (C) 可以讓學生可以更好地面對壓力和挑戰。
 - (D) 可以提高學生學科學習的專注力。
29. 後現代對現代主義而言，是一種承繼，也是一種反動(Lyotard, 1984)。這種反動表現於對現代主義所追求「一致性、普遍性、簡化性」知識論的質疑與批判，雖然造成後現代一詞難有統一的定義，但學者對於後現代的重要主張仍有共同看法，何者為非：
- (A) 解構，去除真理霸權。
 - (B) 反對工具理性，重視主體意識。
 - (C) 重視大數據論述，避免宰制。
 - (D) 尊重多元、包容差異。
30. 對於教師自我效能感的探討，何者有誤？
- (A) 教師相信自己具備組織和課程執行課程的能力，能掌控教學、教學策略、教學互動的核心信念，是對自我能力的判斷。
 - (B) 教師自我評價自身或集體教學計畫、組織或執行教學行動，在針對各種不同素質的學生的教學工作裡，達成教育目標的效能信念。
 - (C) 教師對自己教學能力或自己能影響學生學業成就的一種評價或信念。
 - (D) 高效能感的教師相信其他老師有能力達成教育目標及任務，對學生的學習也有較高的幫助。
31. 十二年國教課綱共列入 19 項議題，其中有 4 項屬於重大議題，下列選項何者完全正確：
- (A) 性別平等、原住民族教育、科技、安全。
 - (B) 性別平等、人權、國際教育、生命。
 - (C) 性別平等、人權、戶外、生命。
 - (D) 環境、性別平等、海洋、人權。
32. 依據身心障礙及資賦優異學生鑑定辦法，學習障礙學生的鑑定標準何者錯誤？
- (A) 學習障礙並非因感官、智能、情緒等障礙因素或文化刺激不足、教學不當等環境因素所直接造成之結果。
 - (B) 學習障礙者的個人內在能力有顯著差異。
 - (C) 學習障礙在聽覺理解、口語表達、識字、閱讀理解、書寫、數學運算等學習表現有顯著困難，經教育所提供之介入將有效改善。
 - (D) 學習障礙統稱神經心理功能異常而顯現出注意、記憶、理解、知覺、知覺動作、推理等能力有問題，致在聽、說、讀、寫或算等學習上有顯著困難者。
33. 對於教師班級經營的主張，何者錯誤？
- (A) 德瑞克斯(Dreikurs)主張所有的學生是需要歸屬的社會生物，他們皆有強烈的「認可情結」，所有的行動反映出

需要被接納、重視的企圖。

(B)庫寧 (Kounin) 以「教師為中心」的模式，強調「動力」觀念，有效能的老師在班級經營上都採用預防策略而不是介入策略。

(C)高登(Gordon) 以學生為中心的教育理念，和諧氣氛下的師生良性溝通。

(D)基諾(Ginott) 主張教師可以運用團體動力的察覺來強化班級的經營，了解學生行為衝突背後的基本原因，以及學生的動機，成功地管理教室常規，進行良好的班級經營。

34. 有關學生心理的效應，何項敘述是錯誤的？

(A)霍桑效應係實驗組的受試者行為受到本身參與研究的影響，而非受到實驗變項影響的現象。

(B)初始效應係當控制組的受試者感受到他們處在和實驗組競賽情況下，有超乎尋常表現的現象。

(C)漣漪效應係教師訂正學生不良行為時，常會影響鄰近學生的行為。

(D)月暈效應就是一位學生表現好時，大家對他的評價遠遠高於他實際的表現。

35. 對於社會情緒學習 (SEL) 的內涵，何者為非？

(A)認識自己，能夠覺察自己的情緒、清楚自己的優缺點、價值觀與能力。

(B)具備執行能力，在過程中能克服壓力或挫折，並且適時的自我激勵。

(C)認知發展的進步是觀點取替能力發展的結果。

(D)理解與尊重不一樣的人，展現同理心與關懷。

36. 以下對核心素養的敘述何者錯誤：

(A)核心素養是指一個人為適應現在生活與面對未來挑戰，所應具備的專業知能。

(B)核心素養強調學習不宜以學科知識及技能為限。

(C)核心素養強調學習應關注學習與生活的結合。

(D)核心素養的學習有助彰顯學習者的全人發展。

37. 依據十二年國民基本教育課程綱要總綱，以下何者為第四學習階段學生特性及學習重點的描述：

(A)協助學生試探不同學科的性向。

(B)奠定語言及符號運用的基礎。

(C)持續提升所有核心能力，協助學生建立合宜的自我觀念。

(D)著重生活習慣及品德的培養。

38. 國民中學各校在符合教育部教學正常化相關規定及領域學習節數之原則下，得彈性調整或重組課程綱要中部定課程之領域學習節數，實施各種學習型式的「跨領域統整課程」，但至多以佔領域學習課程總節數多少比例為限？

(A)10% (B)15% (C)20% (D)25%

39. 多元文化教育強調了尊重和重視不同文化背景和價值觀的重要性，並提倡教育的多元化和包容性。根據這一報導，下列哪個教育活動不符合多元文化理論的原則？

(A)學校舉辦一場文化藝術節，展示不同國家和民族的傳統藝術和文化表演。

(B)透過學校課程安排學習母語及認識不同族群語言與文化。

(C) 學生活動海報及戲劇活動穿插帶有對族群、性別嚴重歧視及偏見語言及文字屬於學生創意及自由展現，學校應積極鼓勵。

(D) 參觀透過社會領域探究課程，引導學生深入瞭解及反思族群、性別及階級等議題。

40. 在個體行為發展理論上，提出「發展任務」(Development Task) 論，用以指稱個體的心智能力應配合實際年齡之水準，如此方能持續順利發展的是下列哪位學者？

- (A) 艾瑞克森 (E. Erickson) (B) 佛洛伊德 (S. Freud)
(C) 赫威斯特 (R. J. Havighurst) (D) 維高斯基 (L. Vygotsky)

第二部分：專業科目-數學(70%)

選擇題，第 41 題至第 80 題，每題 2.5 分，共 100 分。

41. 設多項式 $f(x) = x^{60} + x^{30} + 1$ ，則 $f\left(-\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)$ 之值為下列何者？

- (A) 1 (B) i (C) $-i$ (D) -1

42. 已知函數 $f(x)$ 滿足條件 $f(2+x) = f(2-x)$ ，其中 x 為任意實數時都成立，如果方程式 $f(x) = 0$ 恰有四個相異實根，則此四個實根之和為何？

- (A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 8

43. 某族群有運動習慣(每周三次，每次至少 30 分鐘)的比例為 0.3，令隨機變數 X 表示由此族群中抽取 20 個樣本其中有運動習慣的人數，假設 X 服從二項式分布(Binomial distribution)，則下列敘述何者錯誤？

- (A) 在這 20 人中有運動習慣的期望值為 6，變異數為 4.2。
(B) 假設每個人是否有運動習慣彼此是獨立的。
(C) 變數 X 可能的數值為 0~20 人。
(D) 假設每一個人有運動習慣的機率是不相同的。

44. 設函數 $f(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^4} dt$ ，其中 x 為任意實數，若 $f(1) = 2$ ，則 $(f^{-1})'(2) = ?$

- (A) $\frac{1}{\sqrt{17}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{17}$

45. 有關拋物線的圖形的兩個敘述，

甲：所有拋物線皆為相似圖形。

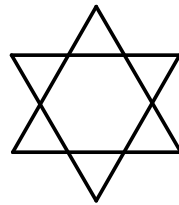
乙：所有拋物線的正焦弦皆一樣長。

- (A) 甲和乙皆正確
(B) 甲正確，乙不正確
(C) 甲不正確，乙正確
(D) 甲和乙皆不正確

46. 試問方程式 $\log_2 \log_4 x + \log_4 \log_2 x = \frac{1}{2}$ 之實數解 x 為下列何者？

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

47. 將兩個大小相同正三角形，重疊放置而形成一個六角星形的圖案，其重疊部分的圖形正好是正六邊形(如圖)。如果這六角星形的周長是此正六邊形周長的 a 倍，這六角星形的面積是此正六邊形面積的 b 倍，則 $a+b$ 之值為何?



(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8

48. 設 n 為正整數，如果二次函數 $y=8^n x^2 - 2^n(2^n+1)x+1$ 的圖形與 x 軸交於二點 A_n 、 B_n ，

如果線段 $\overline{A_n B_n}$ 之長為 a_n ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = ?$

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$

49. 試求無窮級數 $1+2\times\left(\frac{1}{2023}\right)+3\times\left(\frac{1}{2023}\right)^2+4\times\left(\frac{1}{2023}\right)^3+5\times\left(\frac{1}{2023}\right)^4+\dots=?$

(A) $\left(\frac{2022}{2023}\right)^2$ (B) $\left(\frac{2023}{2022}\right)^2$ (C) $\left(\frac{2023}{2024}\right)^2$ (D) $\left(\frac{2024}{2023}\right)^2$

50. 試問 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sqrt{t^4+4} dt}{x}$ 之值為何?

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

51. 設 n 為正整數，則 $C_1^n + 3C_2^n + 3^2 C_3^n + 3^3 C_4^n + \dots + 3^{n-1} C_n^n = ?$

(A) $\frac{4^n-1}{3}$ (B) $\frac{4^n}{3}$ (C) 4^n-1 (D) 4^n

52. 計算重積分 $\iint_R \left(1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2\right) dA$ 之值，其中區域 $R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ 。

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

53. 試問無窮級數 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{1 \times 2 + 2 \times 3} + \frac{1}{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1)} + \dots$ 之值為下列何者?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$

54. 已知一多項式 $f(x) = x^{2023}(x^2 + ax + b)$ ，其中 a, b 為實數，如果將 $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ ，得到餘式為 $2^{2023}(x-2)$ ，則 $b = ?$

(A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3

55. 已知 $f(1) = 2, f'(1) = 1$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 f(1) - f(x^2)}{x-1} = ?$

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6

56. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4n}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n^2}} \right] = ?$

- (A) $\sqrt{2}-1$ (B) $\sqrt{3}-1$ (C) $2(\sqrt{2}-1)$ (D) $2(\sqrt{3}-1)$

57. 試問 $\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-x^2-y^2} dx dy = ?$

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) $\frac{\pi^2}{4}$

58. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

- (A) 1 (B) 0 (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

59. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + 3x - 2})$ 的極限為

- (A) 不存在 (B) 0 (C) $-\frac{4}{3}$ (D) 4

60. $\lim_{x \rightarrow 1^+} x^{\frac{1}{1-x}}$

- (A) 1 (B) $\frac{1}{e}$ (C) e (D) $\ln 2$

61. $y = \tan(\pi x^2)$ 的微分

- (A) $2\pi \sec^2 x$ (B) $2\pi \sec(\pi x^2)$ (C) $2\pi x \sec(\pi x^2)$ (D) $2\pi \tan^2(\pi x^2)$

62. 函數 $f(x,y) = 3x + 4y$ ，在 $x^2 + y^2 = 1$ 上的極大值為何？

- (A) 4 (B) $\frac{9}{4}$ (C) 5 (D) $\frac{11}{5}$

63. 求 $\int_4^0 \int_{-2}^2 (3x + 9y + 9) dx dy$

- (A) 128 (B) -146 (C) 208 (D) -144

64. 下列敘述中何者恆為正確？

(A) 函數 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 處連續 (B) 函數 $f(x) = |x|$ 在 $x=0$ 處可微

(C) 如果級數 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n$ 收斂，則 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ 與 $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ 都收斂 (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2}$ 必為收斂級數

65. 已知一個袋子裡有 11 顆球，分別編號 1、2、3、...、10、11，今從袋子取出 6 顆球，如果每顆球被取出的機會都相等，則取出的 6 顆球之號碼和是奇數的機率為何？

- (A) $\frac{103}{231}$ (B) $\frac{113}{231}$ (C) $\frac{115}{231}$ (D) $\frac{118}{231}$

66. 試判斷下列何者恆正確?

- (A) 已知 A 與 B 皆為 n 階方陣，則 $AB = BA$ ，。
- (B) 四向量 $(1,0,0,-1)$, $(0,1,0,-1)$, $(0,0,1,-1)$, $(0,0,0,1)$ 必為線性相依(linear dependence)。
- (C) 設 V, W 為向量空間，如果 $T: V \rightarrow W$ 為線性變換，則 T 是一對一函數之充要條件為 T 是映成函數。
- (D) n 階方陣 A 為可逆矩陣之充要條件為 A 的 n 個列向量為線性獨立。

67. 下列何者是錯誤的?

- (A) 如果 A 為 $m \times n$ 階矩陣，則 $\text{rank}(A^T) = \text{rank}(A)$ ，其中 A^T 表示 A 的轉置矩陣(transpose)
- (B) 已知 A, B 為矩陣使得 AB 有意義，則 $\text{rank}(AB) \leq \text{rank}(A)$ 。
- (C) 已知 A, B 為矩陣使得 AB 有意義，則 $\text{rank}(AB) \geq \text{rank}(B)$ 。

(D) $\text{rank}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & -4 \end{bmatrix}\right) = 2$ 。

68. 無窮級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = ?$

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

69. 試問 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{\pi}{n}\right)^n = ?$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 不存在

70. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$

- (A) 發散 (B) 1 (C) 2 (D) 0

71. 針對 60 名確診患者，在入院當日與入院 10 日測量病毒量，假設病毒量指標接近常態分布， σ^2 未知，設定顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，想了解入院當日與入院 10 日之平均病毒量指標有沒有統計上的顯著差異，請問下列何種為較適當的統計檢定方法?

- (A) 卡方檢定 (B) ANOVA 之 F 檢定 (C) 獨立樣本 t 檢定 (D) 成對樣本 t 檢定

72. 若 A 和 B 為實數矩陣，下列選項何者一定正確?

- (A) $AB \neq BA$ (B) $AB = BA$ (C) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$ (D) $\det(AB) \neq \det(A) \cdot \det(B)$

73. 設 V 為一個 n 維向量空間，下列何者恆為不正確?

- (A) 任意 $n-1$ 個向量必不能生成 V
- (B) 任意 n 個向量必為線性獨立
- (C) 任意 $n+1$ 個向量必為線性相依
- (D) 如果有 n 個向量能生成(span) V ，則此 n 個向量必構成 V 的基底。

74. 若 A 為 \mathbb{R} 的部份集合，且 $f(x): A \rightarrow \mathbb{R}$ 為一連續函數。

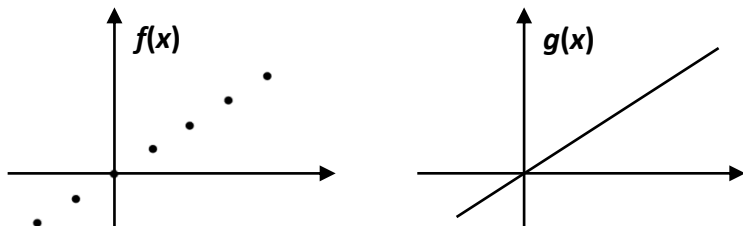
甲：若 $f(a) < m < f(b)$ ，則 $\exists c \in A$ 且 $f(c) = m$ 。

乙：若 $f(a) = f(b)$ ，則 $\exists c \in A$ 且 $f(c) = f(a) = f(b)$ 。

有關甲、乙的推論，下列選項何者正確？

- (A) 甲和乙皆正確
- (B) 僅甲正確
- (C) 僅乙正確
- (D) 甲和乙皆不正確

75. 請從函數圖形，判斷有關函數的敘述是否正確。



甲： $f(x)$ 為線性函數。

乙： $g(x)$ 為線性函數。

下列選項何者正確？

- (A) 甲和乙皆正確
- (B) 甲正確，乙不正確
- (C) 甲不正確，乙正確
- (D) 甲和乙皆不正確

76. 有關長度的測度敘述，

甲：因為 $[0,1] \cap \mathbb{Q}$ 不是空集合，所以 $[0,1]$ 的長度會大於 $[0,1] \setminus ([0,1] \cap \mathbb{Q})$ 。

乙：因為 $[0,1] \cap \mathbb{Q}$ 為點的集合，點的長度為零，所以 $[0,1] \cap \mathbb{Q}$ 的長度為零。

有關甲、乙論述的理由與結論，哪一個選項正確？

- (A) 甲和乙皆正確
- (B) 甲正確，乙不正確
- (C) 甲不正確，乙正確
- (D) 甲和乙皆不正確

77. 若 $A \subset \mathbb{R}$ (實數)， $f(x), g(x): A \rightarrow \mathbb{R}$ ； $f(x)$ 和 $g(x)$ 皆為黎曼可積且 $g(x) \neq 0$ ，則

甲： $f(x) \cdot g(x)$ 為黎曼可積。

乙： $\frac{f(x)}{g(x)}$ 為黎曼可積。

有關甲、乙的推論，下列選項何者正確？

- (A) 甲和乙皆正確
- (B) 甲正確，乙不正確
- (C) 甲不正確，乙正確
- (D) 甲和乙皆不正確

78. 甲：若 $\int_0^1 7f(x) dx = 7$ ，則 $\int_0^1 f(x) dx = 1$ 。

乙：若 $\int_0^1 f(x) dx = 4$ 且 $f(x) > 0$ ，則 $\int_0^1 \sqrt{f(x)} dx = 2$ 。

下列選項何者正確？

- (A) 甲和乙皆正確
- (B) 甲正確，乙不正確
- (C) 甲不正確，乙正確
- (D) 甲和乙皆不正確

79. 甲： $0.\overline{352} - 0.\overline{212} = 0.\overline{14}$ 。

乙： $0.\overline{352} \times 2 = 0.\overline{704}$ 。

下列選項何者正確？

- (A) 甲和乙皆正確
- (B) 甲正確，乙不正確
- (C) 甲不正確，乙正確
- (D) 甲和乙皆不正確

80. 已知 a 、 b 、 c 皆為實數，如果 $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ ，則 $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = ?$

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

