

新北市立國民中學 112 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卡科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：選擇題 40 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 六、請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

新聞稿專用

科目：數學科

選擇題：共 40 題，每題 2.5 分，總分 100 分。

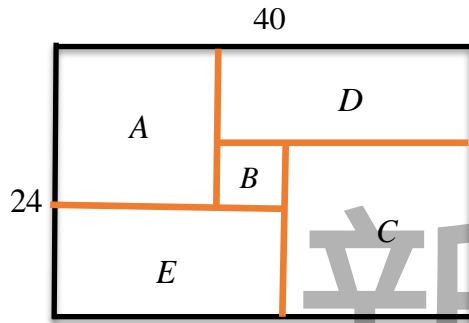
- 以下哪三個邊長，可以組成鈍角三角形？
(A) 5,10,11 (B) 5,12,13 (C) 5,9,11 (D) 5,7,13
- 已知兩直線 $kx - y = 2$ 、 $x + 2y = 2$ 交點在第一象限，則 k 的範圍為何？
(A) (0,1) (B) (1, ∞) (C) (0, ∞) (D) ($-\infty$, 0)
- 已知 $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ ，試問函數 $g(x) = f(x-2)$ 的奇偶性？
(A) 奇函數 (B) 偶函數 (C) 不是奇函數也不是偶函數 (D) 是奇函數也是偶函數
- 長成 $2^p - 1$ (p 為質數) 這種形式的質數稱為梅森質數，目前找到的最大的梅森質數為 $2^{82589933} - 1$ ，請問其末兩位為何？
(A) 11 (B) 41 (C) 51 (D) 91
- 三邊邊長為連續正整數的直角三角形有幾個？
(A) 1個 (B) 2個 (C) 4個 (D) 無限多個
- 梯形 $ABCD$ 中， \overline{AB} 平行 \overline{CD} ，又 $\angle A = 90^\circ$ ，且 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 1$ ，求 \overline{AD} 上的中點到 \overline{BC} 的距離為何？
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\sqrt{3}$
- 已知平面上四點 A, B, C, D ，且 $2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ ，則 $\overrightarrow{DC} = ?$
(A) $-\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB}$ (B) $2\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$
(C) $\frac{2}{3}\overrightarrow{DA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$ (D) $-\frac{1}{3}\overrightarrow{DA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$
- 過原點且與圓 $x^2 + y^2 = 25$ 的交點皆為格子點的直線有幾條？
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- 兩集合 $A = \{(x, y) | 2x + 3y = 3\}$ ， $B = \{(x, y) | x^2 + 4x + 4y + 3 = 0\}$ ，則 $A \cap B$ 的元素個數為何？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無限多
- 橢圓 $x^2 + 4y^2 = 36$ 中，長度為正整數，且過焦點的弦有幾條？
(A) 10 (B) 11 (C) 32 (D) 35
- 有一四面體，已知其五條邊的長度都是 1，請問此四面體面積最大是多少？
(A) $1/8$ (B) $1/6$ (C) $1/4$ (D) $1/2$
- 20^{23} 除以 9 的餘數為何？
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7
- 若排列組合的等式 $P_3^n = 6C_4^n$ ，則 $n = ?$
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- 某圓周上有 8 個相異等分點，其中選三點形成銳角三角形或鈍角三角形的選法共有幾種？
(A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 48

15. 甲乙丙三人打靶，假設甲的命中率為80%，乙的命中率為60%，丙的命中率為70%，現在三人各打一次靶，只有一人命中的機率為何？
 (A) 5.6% (B) 8.4% (C) 15% (D) 18.8%
16. 某足球積分賽，積分算法為，勝場得3分，負場得0分，平手得1分，某球隊打完15場，積分33分，不考慮比賽順序，試問該球隊勝、負、平手的情況有幾種？
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
17. 在正立方體中，8個頂點任選3個，每個頂點視為相異，試問能形成非等腰的直角三角形有幾個？
 (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 40
18. 下列關於 $y = f(x) = (x + 2)(x - 1)^2$ 函數圖形，何者敘述錯誤？
 (A) 在 $x = 1$ 有相對極小值
 (B) 在 $x = -1$ 有相對極大值
 (C) 在 $(1,0)$ 與 x 軸有交點
 (D) $(1,0)$ 為一個反曲點
19. 有一等比數列 $\{a_n\}$ ，已知 $a_9 = 1$ ，設 $P_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ ，亦即前 n 項的積，請問下列何者正確？
 (A) $P_1 = P_{19}$ (B) $P_3 = P_{17}$ (C) $P_5 = P_{12}$ (D) $P_7 = P_{11}$
20. 已知不等式 $|x - a| + |x - b| < 1$ 無實數解，試問 $|a - b|$ 的所有可能值的集合？
 (A) $[0,1]$ (B) $(0,1)$ (C) $[1,\infty)$ (D) $(1,\infty)$
21. 有一凸 n 邊形的紙板，今以每一個頂點為圓心且半徑都相等，可以剪出互不重疊的 n 個扇形。若這 n 個扇形可以拼成7個大小相同的圓形，則 $n = ?$
 (A) 17 (B) 16 (C) 15 (D) 14
22. 在坐標平面上，若直線 $y = acx + bc$ 通過第一、第二及第四象限，則下列哪一個是拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 可能的圖形？
- (A)

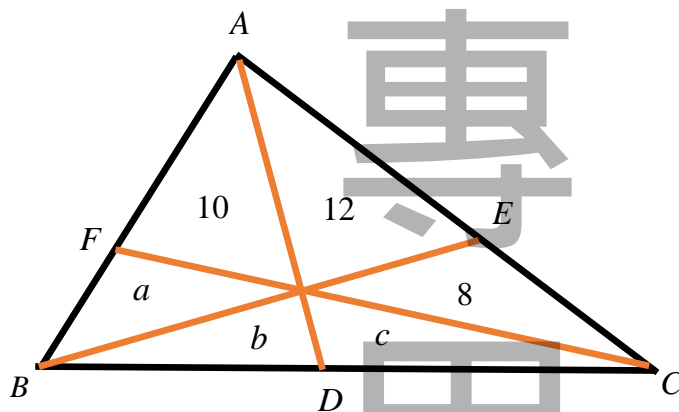
(B)
- (C)

(D)
23. 已知 a, b, c 三數滿足 $a + b + c = 2$, $ab + bc + ca = -4$ 且 $abc = -1$ ，則 $a^3 + b^3 + c^3 = ?$
 (A) 29 (B) 31 (C) 33 (D) 35

24. 如圖大長方形是由 3 個正方形 A, B, C 與 2 個長方形 D, E 所組成，其長為 40、寬為 24。若長方形 E 的面積比 D 的面積多 128，則 3 個正方形 A, B, C 的面積和為何？



- (A) 614 (B) 608 (C) 602 (D) 596
25. 用一條長 64 公分的繩子圍成一個扇形，其最大的可能面積為多少平方公分？
 (A) 192 (B) 224 (C) 240 (D) 256
26. 在坐標平面上，已知兩點 $A(0, -1), B(1, 0)$ ，若點 C 在圓 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 上移動，則 $\triangle ABC$ 的面積最大值為何？
 (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
27. 在坐標平面上，若通過三點 $(0, 0), (1, 1), (2, 0)$ 的二次函數為 $y = f(x)$ ，則通過三點 $(1, 1), (2, 0), (3, 1)$ 的二次函數為何？
 (A) $y = 1 + f(1-x)$ (B) $y = 1 - f(1-x)$
 (C) $y = 1 + f(x-1)$ (D) $y = 1 - f(x-1)$
28. 如圖，三角形 ABC 中， $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ 交於一點，並將 $\triangle ABC$ 分割成六個小三角形，其面積分別為 10, 12, 8, a, b, c 。若 $4b = 3c$ ，則 $a = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



29. 在坐標空間中，質點由點 (a, b, c) 移到點 $(b+c-1, c+a-1, a+b+3)$ 稱為一次移動。已知某質點由點 $(a, -2, b)$ 出發，經過連續 7 次移動後的位置為 $(169, 172, 170)$ ，則 $a+b$ 之值為何？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
30. 已知實數 x, y 滿足 $x^2 + 4y^2 + 8x + 12 = 0$ ，則 $x^2 + 2y^2$ 的最大值為何？
 (A) 36 (B) 38 (C) 40 (D) 42

31. 若矩陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 且 $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，則 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = ?$
- (A) $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}$
32. $\sqrt{2^x(2^x-8)+x(x-2)+17} + \sqrt{2^x(2^x-2)+x(x-10)+26}$ 的最小值為何？
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8
33. 在乘積 $(2-\frac{1}{x})^3(\frac{1}{2}-x)^6$ 的展開式中， x^4 項的係數為何？
- (A) 72 (B) -72 (C) 144 (D) -144
34. 設 $f(x)$ 是三次多項式函數，其領導係數為 2，而 $g(x)$ 是二次多項式函數。若 $f(1)-g(1)=1$ 、 $f(2)-g(2)=2$ 、 $f(3)-g(3)=3$ ，則 $f(4)-g(4)=?$
- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16
35. 設 $f(x)$ 為實係數四次多項式函數，滿足 $(x^2-1)f(x)$ 除以 x^4-x^3+2x-2 的餘式為 x^2+x-2 。若 $f(0)=f(1)=6$ ，則 $f(2)=?$
- (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 4
36. 若 a, b, c 為正數，則 $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc}$ 的最小值為何？
- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$
37. 已知正數 a, b, c 滿足 $a+b=2c+1$ 且 $a^2+b^2=4c^2+2c-1$ ，則 c 的最小值為何？
- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $\sqrt{2}$
38. 若二次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $-3 \leq f(2)-f(1) \leq 2$ 且 $-1 \leq f(3) \leq 2$ ，則 $f(0)$ 的最大可能值為何？
- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14
39. 若 a, b, c, d 四數滿足任意三數的乘積與另一數之和都等於 $\frac{5}{2}$ ，且 $abcd=1$ ，則滿足條件的四元組 (a, b, c, d) 共有多少組？
- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
40. 若實係數多項式函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$ ，且 $g(x) = \int_0^x (f(t)f'(t)) dt$ ，則 $g''(2) = ?$
- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

新聞稿專用