

# 新北市立國民中學 112 學年度教師聯合甄選

## 數學科試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卡科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：選擇題 40 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 六、請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：\_\_\_\_\_

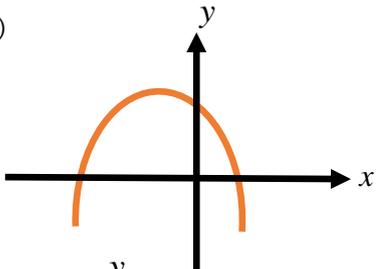
新聞稿專用

科目：數學科

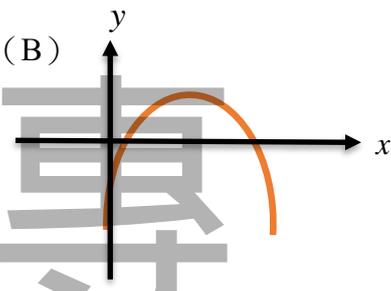
選擇題：共 40 題，每題 2.5 分，總分 100 分。

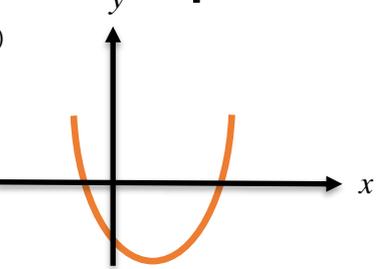
- 以下哪三個邊長，可以組成鈍角三角形？  
(A) 5,10,11 (B) 5,12,13 (C) 5,9,11 (D) 5,7,13
- 已知兩直線  $kx - y = 2$ 、 $x + 2y = 2$  交點在第一象限，則  $k$  的範圍為何？  
(A) (0,1) (B) (1,∞) (C) (0,∞) (D) (-∞,0)
- 已知  $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ ，試問函數  $g(x) = f(x-2)$  的奇偶性？  
(A) 奇函數 (B) 偶函數 (C) 不是奇函數也不是偶函數 (D) 是奇函數也是偶函數
- 長成  $2^p - 1$  ( $p$  為質數) 這種形式的質數稱為梅森質數，目前找到的最大的梅森質數為  $2^{82589933} - 1$ ，請問其末兩位為何？  
(A) 11 (B) 41 (C) 51 (D) 91
- 三邊邊長為連續正整數的直角三角形有幾個？  
(A) 1個 (B) 2個 (C) 4個 (D) 無限多個
- 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AB}$  平行  $\overline{CD}$ ，又  $\angle A = 90^\circ$ ，且  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = 1$ ，求  $\overline{AD}$  上的中點到  $\overline{BC}$  的距離為何？  
(A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $\sqrt{3}$
- 已知平面上四點  $A, B, C, D$ ，且  $2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ ，則  $\overrightarrow{DC} = ?$   
(A)  $-\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB}$  (B)  $2\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$   
(C)  $\frac{2}{3}\overrightarrow{DA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$  (D)  $-\frac{1}{3}\overrightarrow{DA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$
- 過原點且與圓  $x^2 + y^2 = 25$  的交點皆為格子點的直線有幾條？  
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- 兩集合  $A = \{(x, y) | 2x + 3y = 3\}$ ， $B = \{(x, y) | x^2 + 4x + 4y + 3 = 0\}$ ，則  $A \cap B$  的元素個數為何？  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無限多
- 橢圓  $x^2 + 4y^2 = 36$  中，長度為正整數，且過焦點的弦有幾條？  
(A) 10 (B) 11 (C) 32 (D) 35
- 有一四面體，已知其五條邊的長度都是 1，請問此四面體面積最大是多少？  
(A)  $1/8$  (B)  $1/6$  (C)  $1/4$  (D)  $1/2$
- $20^{23}$  除以 9 的餘數為何？  
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7
- 若排列組合的等式  $P_3^n = 6C_4^n$ ，則  $n = ?$   
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- 某圓周上有 8 個相異等分點，其中選三點形成銳角三角形或鈍角三角形的選法共有幾種？  
(A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 48

15. 甲乙丙三人打靶，假設甲的命中率為80%，乙的命中率為60%，丙的命中率為70%，現在三人各打一次靶，只有一人命中的機率為何？  
 (A) 5.6% (B) 8.4% (C) 15% (D) 18.8%
16. 某足球積分賽，積分算法為，勝場得3分，負場得0分，平手得1分，某球隊打完15場，積分33分，不考慮比賽順序，試問該球隊勝、負、平手的情況有幾種？  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
17. 在正立方體中，8個頂點任選3個，每個頂點視為相異，試問能形成非等腰的直角三角形有幾個？  
 (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 40
18. 下列關於 $y = f(x) = (x + 2)(x - 1)^2$ 函數圖形，何者敘述錯誤？  
 (A) 在 $x = 1$ 有相對極小值  
 (B) 在 $x = -1$ 有相對極大值  
 (C) 在 $(1,0)$ 與 $x$ 軸有交點  
 (D)  $(1,0)$ 為一個反曲點
19. 有一等比數列 $\{a_n\}$ ，已知 $a_9 = 1$ ，設 $P_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ ，亦即前 $n$ 項的積，請問下列何者正確？  
 (A)  $P_1 = P_{19}$  (B)  $P_3 = P_{17}$  (C)  $P_5 = P_{12}$  (D)  $P_7 = P_{11}$
20. 已知不等式 $|x - a| + |x - b| < 1$ 無實數解，試問 $|a - b|$ 的所有可能值的集合？  
 (A)  $[0,1]$  (B)  $(0,1)$  (C)  $[1,\infty)$  (D)  $(1,\infty)$
21. 有一凸 $n$ 邊形的紙板，今以每一個頂點為圓心且半徑都相等，可以剪出互不重疊的 $n$ 個扇形。若這 $n$ 個扇形可以拼成7個大小相同的圓形，則 $n = ?$   
 (A) 17 (B) 16 (C) 15 (D) 14
22. 在坐標平面上，若直線 $y = acx + bc$ 通過第一、第二及第四象限，則下列哪一個是拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 可能的圖形？
- (A)

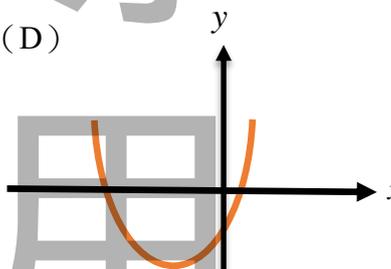


(B)

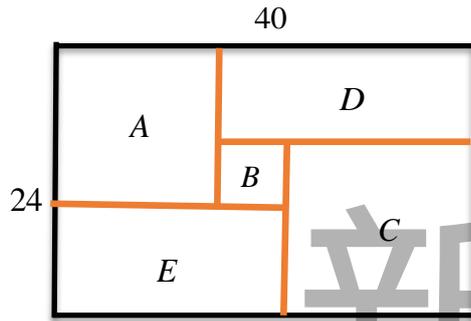

- (C)



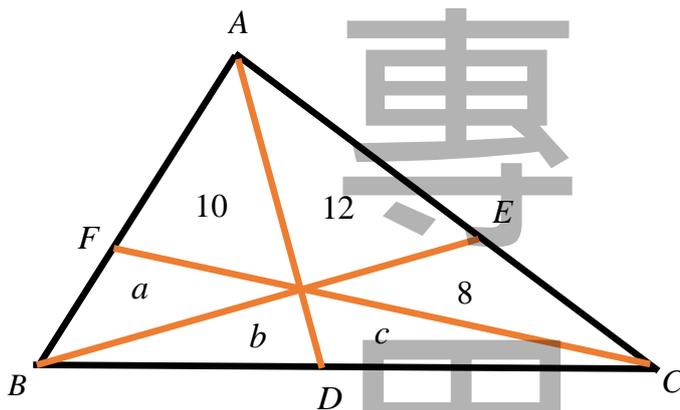
(D)


23. 已知 $a, b, c$ 三數滿足 $a + b + c = 2$ ,  $ab + bc + ca = -4$ 且 $abc = -1$ ，則 $a^3 + b^3 + c^3 = ?$   
 (A) 29 (B) 31 (C) 33 (D) 35

24. 如圖大長方形是由 3 個正方形  $A, B, C$  與 2 個長方形  $D, E$  所組成，其長為 40、寬為 24。若長方形  $E$  的面積比  $D$  的面積多 128，則 3 個正方形  $A, B, C$  的面積和為何？



- (A) 614    (B) 608    (C) 602    (D) 596
25. 用一條長 64 公分的繩子圍成一個扇形，其最大的可能面積為多少平方公分？  
 (A) 192    (B) 224    (C) 240    (D) 256
26. 在坐標平面上，已知兩點  $A(0, -1), B(1, 0)$ ，若點  $C$  在圓  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$  上移動，則  $\triangle ABC$  的面積最大值為何？  
 (A)  $\sqrt{2}$     (B)  $\sqrt{3}$     (C)  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$     (D)  $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
27. 在坐標平面上，若通過三點  $(0, 0), (1, 1), (2, 0)$  的二次函數為  $y = f(x)$ ，則通過三點  $(1, 1), (2, 0), (3, 1)$  的二次函數為何？  
 (A)  $y = 1 + f(1-x)$     (B)  $y = 1 - f(1-x)$   
 (C)  $y = 1 + f(x-1)$     (D)  $y = 1 - f(x-1)$
28. 如圖，三角形  $ABC$  中， $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$  交於一點，並將  $\triangle ABC$  分割成六個小三角形，其面積分別為 10, 12, 8,  $a, b, c$ 。若  $4b = 3c$ ，則  $a = ?$   
 (A) 4    (B) 5    (C) 6    (D) 7



29. 在坐標空間中，質點由點  $(a, b, c)$  移到點  $(b+c-1, c+a-1, a+b+3)$  稱為一次移動。已知某質點由點  $(a, -2, b)$  出發，經過連續 7 次移動後的位置為  $(169, 172, 170)$ ，則  $a+b$  之值為何？  
 (A) 2    (B) 3    (C) 4    (D) 5
30. 已知實數  $x, y$  滿足  $x^2 + 4y^2 + 8x + 12 = 0$ ，則  $x^2 + 2y^2$  的最大值為何？  
 (A) 36    (B) 38    (C) 40    (D) 42

31. 若矩陣  $A$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  且  $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，則  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = ?$
- (A)  $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$       (C)  $\begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}$
32.  $\sqrt{2^x(2^x-8)+x(x-2)+17} + \sqrt{2^x(2^x-2)+x(x-10)+26}$  的最小值為何？
- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 8
33. 在乘積  $(2-\frac{1}{x})^3(\frac{1}{2}-x)^6$  的展開式中， $x^4$  項的係數為何？
- (A) 72      (B) -72      (C) 144      (D) -144
34. 設  $f(x)$  是三次多項式函數，其領導係數為 2，而  $g(x)$  是二次多項式函數。若  $f(1)-g(1)=1$ 、 $f(2)-g(2)=2$ 、 $f(3)-g(3)=3$ ，則  $f(4)-g(4)=?$
- (A) 4      (B) 8      (C) 12      (D) 16
35. 設  $f(x)$  為實係數四次多項式函數，滿足  $(x^2-1)f(x)$  除以  $x^4-x^3+2x-2$  的餘式為  $x^2+x-2$ 。若  $f(0)=f(1)=6$ ，則  $f(2)=?$
- (A) 10      (B) 8      (C) 6      (D) 4
36. 若  $a, b, c$  為正數，則  $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc}$  的最小值為何？
- (A)  $\frac{4}{3}$       (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $\sqrt{2}$       (D)  $\sqrt{3}$
37. 已知正數  $a, b, c$  滿足  $a+b=2c+1$  且  $a^2+b^2=4c^2+2c-1$ ，則  $c$  的最小值為何？
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       (D)  $\sqrt{2}$
38. 若二次多項式函數  $f(x)$  滿足  $-3 \leq f(2)-f(1) \leq 2$  且  $-1 \leq f(3) \leq 2$ ，則  $f(0)$  的最大可能值為何？
- (A) 11      (B) 12      (C) 13      (D) 14
39. 若  $a, b, c, d$  四數滿足任意三數的乘積與另一數之和都等於  $\frac{5}{2}$ ，且  $abcd=1$ ，則滿足條件的四元組  $(a, b, c, d)$  共有多少組？
- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8
40. 若實係數多項式函數  $f(x)$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$ ，且  $g(x) = \int_0^x (f(t)f'(t)) dt$ ，則  $g''(2) = ?$
- (A) 3      (B) 6      (C) 9      (D) 12

新聞稿專用