

桃園市立高級中等學校112學年度教師聯合甄選筆試試題

科目：數學科

說明：本試卷共分填充題及計算與證明題兩部份。第壹部份：填充題占84%；第貳部份計算與證明題占16%。請使用藍色或黑色原子筆或鋼筆書寫填答於「答案卷」上，依題號作答，修正時應使用修正液(帶)。答案卷因考生書寫不清、污損等人為因素導致無法批改，由考生自行負責不得有異議。於試題卷上作答者，不予計分。本試題卷連同答案卷一併交回，違規攜出試場者以零分計算。

第壹部份：填充題（共十二題，占84分）

說明：作答時請將答案依照順序寫在答案卷上。

1. 複數 z 滿足 $|z|(3z + 2i) = 2(iz - 6)$ ，求 $|z|$ 之值。(註： $i = \sqrt{-1}$)
2. 已知 S_n 、 T_n 分別為等差數列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的首 n 項的和，且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+1}{4n-2}$ ($n = 1, 2, \dots$)。
求 $\frac{a_{10}}{b_3+b_{18}} + \frac{a_{11}}{b_6+b_{15}}$ 之值。
3. 已知正實數 a ($a \neq 1$)、 x 、 y 滿足 $(\log_a x)^2 + (\log_a y)^2 - \log_a(xy)^2 \leq 2$ ，且 $\log_a y \geq 1$ 。
設 $\log_a x^2 y$ 之最大值與最小值分別為 M 與 m ，則 (M, m) 為何？
4. 六名大學畢業生到三家公司應聘。若每家公司至少錄用其中一人，則有幾種不同的錄用情形(此處，一個人只可由一家公司錄用)？
5. 在各項均為正數的等比數列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3 + a_4 - a_2 - a_1 = 8$ ，則 $a_5 + a_6 + a_7 + a_8$ 的最小值為何？
6. 求不等式 $-2 < \sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{x^2 - 10x + 28} < 2$ 的解集合。
7. 設函數 $f(x) = \frac{1+\ln(x+1)}{x}$ ， k 為正整數。若當 $x > 0$ 時， $f(x) > \frac{k}{x+1}$ 恆成立。求 k 的最大值。
8. 邊長為21,20,13的三角形，外接圓半徑為何？

9. 一正方形 $ABCD$ ，在正方形內一點 P 。已知 $\overline{PA} = 1$ ， $\overline{PB} = 12$ ， $\overline{PC} = 17$ ，試求正方形面積。
10. 春假8天假期，公司要安排甲乙丙丁四人值班，每天需兩人值班。甲、乙皆要值四天班，丙值三天班，丁值五天班。而甲不能在第一天值班、甲乙不能在同一天值班，丙不能連續兩天值班。試問有幾種不同的排班方式？
11. 數字和為7的正整數，如：1111111、700、2050、.....，將這些數由小到大排列，請問2023排在第幾個？
12. 小於2023的正整數中，「6的倍數，且每個位數和也是6的倍數」的數，有幾個？

第貳部份：計算與證明題（共一題，占16分）

說明：作答時請將答案依照順序寫在答案卷上。

1. 利用1,2,3,4,5,6,7排成七位數(數字不能重覆)，其中可以被11整除的數有幾個？