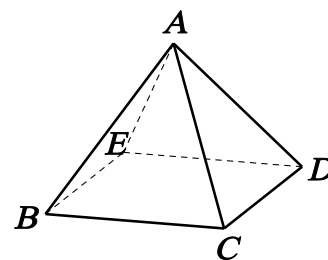


一、填充題 I：(每格 6 分)

- 若將 22 個相同球放入 3 個不同袋子，每袋至少一球，則任兩袋球數和大於第三袋球數的情形有 _____ (1) _____ 種。
- 設實數 α 、 β 滿足 $\begin{cases} \alpha^3 - 6\alpha^2 + 13\alpha = 6 \\ \beta^3 - 6\beta^2 + 13\beta = 14 \end{cases}$ ，則 $\alpha + \beta$ 的值為 _____ (2) _____。
- 設三相異複數 α, β, γ 在複數平面上的點分別是 A, B, C ，若 $|\alpha - \beta| = 4$ 且 $\alpha^2 + 5\beta^2 + 4\gamma^2 - 2\alpha\beta - 8\beta\gamma = 0$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 _____ (3) _____。
- 有一 11 次實係數方程式 $x^{11} + 6x^{10} + 5x^9 + a_8x^8 + \dots + a_1x + a_0 = 0$ ，已知此方程式的根形成等差數列，則此數列的公差值為 _____ (4) _____。
- 設 $n \in \mathbb{N}$ ， $f(n) = \left(\frac{4}{5}\right)^n (n^2 + 4n)$ ，則使 $f(n)$ 為最大的 n 為 _____ (5) _____。
- 已知方程式 $x^4 + x = -1$ 的四根為 a, b, c, d ，則 $(a^2 - 3)(b^2 - 3)(c^2 - 3)(d^2 - 3)$ 的值為 _____ (6) _____。
- 將 2023 個點 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{2023}$ 依序排在一直線上，並使得 P_k 與 P_{k+1} 兩點的距離為 $\frac{1}{k}$ ，其中 $k = 1, 2, 3, \dots, 2022$ ，則從這 2023 個點中，任取兩點的所有距離總和為 _____ (7) _____。
- 如右圖，有一四角錐 $A-BCDE$ ，底面 $BCDE$ 為正方形，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE}$ ，若四角錐 $A-BCDE$ 的表面積總和為 96 平方單位，則四角錐 $A-BCDE$ 的體積最大值為 _____ (8) _____ 立方單位。



9. $[x]$ 定義為小於或等於 x 的最大整數，則 $\left[\frac{1}{3}\right] + \left[\frac{2}{3}\right] + \left[\frac{2^2}{3}\right] + \left[\frac{2^3}{3}\right] + \dots + \left[\frac{2^{2023}}{3}\right]$ 的個位數字為 (9) 。
10. 設四面體 $O-ABC$ ，底面為邊長 12 的正三角形 $\triangle ABC$ ，且 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ，令 O 在 $\triangle ABC$ 的投影點為 H ， $\overline{OH} = 6$ ，又 A 在側面 $\triangle OBC$ 的投影點為 K ，於 \overline{AK} 上取一點 P ，使得 $\overline{AP} : \overline{PK} = 5 : 1$ 。若過 P 點有一平面 E 與底面 $\triangle ABC$ 平行，則平面 E 與四面體 $O-ABC$ 所截圖形之面積為 (10) 。

二、填充題 II：(每格 8 分)

11. 設方程式 $x^3 - 4x + 1 = 0$ 的三個相異複數根為 a, b, c ，則 $\frac{a+1}{(a-1)^4} + \frac{b+1}{(b-1)^4} + \frac{c+1}{(c-1)^4}$ 之值為 (11) 。
12. 設 a 為正整數，且使得方程式 $\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} = a$ 有實數解，則所有 a 之總和為 (12) 。
13. 設 F_1, F_2 為雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 之兩焦點， F_1 在 F_2 之左側， P 在雙曲線 Γ 上，且 P, F_1, F_2 不共線。若 G, I 分別為 $\triangle PF_1F_2$ 之重心與內心，且直線 \overline{GI} 垂直 x 軸，則 $\triangle PF_1F_2$ 的內切圓半徑為 (13) 。
14. 設坐標平面上有兩定點 $A(2,3)$ ， $B(-9,6)$ 。若點 P 為圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 52$ 上之動點，則 $3\overline{PA} - 2\overline{PB}$ 之最小值為 (14) 。
15. 設 $A = \sum_{k=1000}^{3375} \frac{1}{\sqrt[3]{k}}$ ，則 A 四捨五入至小數點後第一位的近似值為 (15) 。

試題結束